

CONSIDERAÇÃO DOS CONTRATOS DE FORNECIMENTO DE  
GÁS NATURAL COM CLÁUSULAS TAKE-OR-PAY NO  
PLANEJAMENTO ENERGÉTICO A MÉDIO PRAZO

por

**Leonardo de Almeida Matos Moraes**

Dissertação de Mestrado submetida ao  
Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada  
como requerimento para a obtenção do grau de

MESTRE EM MATEMÁTICA

Métodos Matemáticos em Energia  
Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada– IMPA

Rio de Janeiro, Novembro de 2007

**Leonardo de Almeida Matos Moraes**

**Consideração dos Contratos de Fornecimento de Gás  
Natural com Cláusulas Take-or-Pay no Planejamento  
Energético a Médio Prazo**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Matemática pelo Programa de Pós-graduação em Métodos Matemáticos em Energia do IMPA. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

**Dr<sup>a</sup> Claudia Alejandra Sagastizábal**

Orientadora  
CEPEL – Centro de Pesquisas de Energia Elétrica

**Dr<sup>a</sup> Maria Elvira Piñeiro Maceira**

Co-orientadora  
UERJ – Universidade Estadual do Rio de Janeiro  
CEPEL – Centro de Pesquisas de Energia Elétrica

**Dr. Jorge Passamani Zubelli**

IMPA – Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada

**Dr. Mikhail Vladimir Solodov**

IMPA – Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada

Rio de Janeiro, 30 de Novembro de 2007

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização do instituto, do autor e da orientadora. Os *softwares* utilizados na preparação deste trabalho não violam direitos. São eles: editor L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X L<sup>E</sup>d, disponível em <http://www.latexeditor.org>, compilador MiK-TeX, disponível em <http://miktex.org>, e editor de imagens xfig. Os resultados gerados utilizando-se o *software* Microsoft Excel 2003 foram obtidos nos computadores do CEPEL, enquanto o *software* MatLab 2007 foi usado devido ao acordo entre o IMPA e a Opencadd.

### **Leonardo de Almeida Matos Moraes**

Graduou-se em Engenharia Elétrica na Universidade Federal de Juiz de Fora (Juiz de Fora, Minas Gerais, Brasil). Atualmente é Pesquisador do Centro de Pesquisas de Energia Elétrica, desenvolvendo ferramentas para o aprimoramento do processo de planejamento da operação energética a médio prazo, através de técnicas de programação estocástica.

#### Ficha Catalográfica

Moraes, Leonardo de Almeida Matos

Consideração dos Contratos de Fornecimento de Gás Natural com Cláusulas Take-or-Pay no Planejamento Energético a Médio Prazo / Leonardo de Almeida Matos Moraes; orientadora: Claudia Alejandra Sagastizábal; co-orientadora: Maria Elvira Piñeiro Maceira. — Rio de Janeiro : IMPA, Métodos Matemáticos em Energia, 2007.

v., 136 f: il. ; 29,7 cm

1. Dissertação (mestrado) - Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada, Métodos Matemáticos em Energia.

Inclui referências bibliográficas.

1. Métodos Matemáticos em Energia – Tese. 2. Planejamento da Operação Energética. 3. Contratos de Gás. 4. Programação Dinâmica Dual Estocástica. I. Sagastizábal, Claudia Alejandra. II. Maceira, Maria Elvira Piñeiro. III. Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada. Métodos Matemáticos em Energia. IV. Título.

## Agradecimentos

Inicialmente, dedico o mais sincero agradecimento à Prof<sup>a</sup>. Claudia Sagastizábal, que sempre pôs à minha inteira disposição toda a sua capacidade intelectual e todo o tempo de orientação que eu precisei para concluir este trabalho. Seu apoio e orientação, que muitas vezes transcenderam as disciplinas de estudo, desde minha aceitação no IMPA até hoje, além de sua confiança em mim, foram fundamentais para que a realização deste trabalho fosse viável.

Dedico, também, especial agradecimento à Dr<sup>a</sup>. Maria Elvira Piñeiro Maceira, pela confiança no meu trabalho, dando-me a oportunidade de estar no CEPTEL desde 2002, e da disponibilização de tempo para que eu pudesse realizar o mestrado no IMPA, além da sugestão de estudo e orientação que resultaram nesta dissertação.

Agradeço às minhas tias Lurdes e Kátia, meu tio Luiz Afonso, e minhas primas Fernanda, Lucianna e Karyne, o meu acolhimento em suas casas no meu retorno ao Rio de Janeiro. Sem esta oferta, unida ao carinho e paciência que tiveram comigo, não seria possível que eu sonhasse em fazer um mestrado.

Aos grandes amigos do IMPA também devo meus sinceros agradecimentos: ao amigo Cassio Alves, pelo conjunto não-enumerável de momentos de amizade, estudos e viagens, além das idas aos jogos do Vasco, claro, e por todos os empréstimos de seu caderno com a letra mais legível do IMPA, que sempre tinham a matéria de “mais uma aula que perdi”. Ao amigo Welington Oliveira, pelo grande exemplo de superação, responsabilidade e disciplina, e por todas as minhas dúvidas dirimidas com suas explicações e listas de exercícios que tanto me ajudaram no IMPA, durante todos os anos nos quais dividimos as aulas.

Agradeço aos meus amigos do CEPTEL todos os momentos de amizade nestes últimos anos, dentro do CEPTEL ou nos almoços no Nova América (em ordem alfabética): Francisco Faria, Igor Raupp, Renata Nogueira, e Thatiana Conceição.

Ainda do CEPTEL, agradeço a todos os integrantes da Equipe NEWAVE o apoio no desenvolvimento e a realização das minhas tarefas na equipe enquanto eu me dedicava a este trabalho: Débora Jardim, Manuel Fragoso, Michel Tcheou, Renata Nogueira e Vitor Duarte.

Aos amigos da faculdade, agradeço a amizade de 8 anos que construímos, a ajuda na minha formação na longínqua Engenharia, a confiança depositada em mim, e todos os encontros que continuamos tendo depois de nos tornarmos engenheiros: Eduardo Motta (Duda), Leandro do Carmo (Tigrinho) e Lênio de Sousa (com S!).

Logicamente, agradeço à minha família: meus pais, Lacy e Odete, e minha irmã Thaysa, meus maiores incentivadores, acreditando sempre em mim, ao longo destes 26 anos. Mais do que meus agradecimentos por este apoio, vocês detêm o meu sentimento de orgulho por ter vocês ao meu lado. Claro que, além do apoio incondicional, as perguntas do tipo “Quando você vai terminar o mestrado?” foram mais uma motivação para chegar ao término de mais esta etapa.

E, enfim, a todos aqueles que me cederam parte do seu tempo, em uma conversa rápida de corredor ou uma ligação telefônica, e que pela otimização do meu lobo temporal medial e do meu diencéfalo não fazem parte da minha memória de longo prazo!

## Resumo

Moraes, Leonardo de Almeida Matos; Sagastizábal, Claudia Alejandra; Maceira, Maria Elvira Piñeiro. **Consideração dos Contratos de Fornecimento de Gás Natural com Cláusulas Take-or-Pay no Planejamento Energético a Médio Prazo**. Rio de Janeiro, 2007. 136p. Dissertação de Mestrado — Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada.

Em geral, no planejamento da operação energética brasileira a médio prazo, o despacho das usinas térmicas varia ao longo do ano. Esta variação se deve, essencialmente, à predominância do parque hidráulico no atendimento à demanda de energia elétrica do sistema. Devido a este fato, sem medidas preventivas, um fluxo de caixa altamente irregular ocorre para os fornecedores de gás natural – GN – das usinas termelétricas.

De maneira a se obter uma maior regularidade para o fluxo de caixa dos fornecedores de GN, os contratos de fornecimento deste recurso para geração de energia elétrica possuem, normalmente, cláusulas especiais, denominadas *take-or-pay* – ToP. Estas cláusulas forçam os geradores elétricos a pagar mensalmente uma quantidade financeira mínima, mesmo que a utilização efetiva de GN neste período seja menor do que a quantidade paga.

Sem que se represente explicitamente as cláusulas ToP, o modelo brasileiro atual é forçado a despachar as usinas térmicas a GN numa quantidade mínima, equivalente ao limite financeiro inferior requerido pelo contrato. A consideração explícita das cláusulas ToP nos modelos de despacho hidrotérmico leva a uma melhor aplicação do GN e um menor custo esperado de operação para o sistema como um todo, por introduzir uma maior flexibilidade na decisão de compra de GN e de sua utilização. De acordo com resultados obtidos, esta flexibilidade resulta na diminuição do vertimento de água em períodos de hidrologia favorável.

A metodologia apresentada neste trabalho leva em consideração as características dos contratos ToP no planejamento da operação energética brasileira a longo prazo e se diferencia das outras encontradas na literatura pelo fato de visar a um menor custo de operação para o sistema interligado nacional (SIN), já que trata os contratos do ponto de vista do operador do SIN. Este trabalho apresenta o processo de inclusão dos contratos de GN no modelo brasileiro de planejamento da operação energética a médio prazo – modelo NEWAVE, desenvolvido pelo CEPEL, através de sua formulação matemática, impactos e resultados obtidos para casos reais de operação.

### Palavras-chave

Planejamento da Operação Energética. Contratos de Gás. Programação Dinâmica Dual Estocástica.

## Abstract

Moraes, Leonardo de Almeida Matos; Sagastizábal, Claudia Alejandra; Maceira, Maria Elvira Piñeiro. **Consideration of Gas Supply Contracts with Take-or-Pay Clauses in the Mid-Term Energetic Planning**. Rio de Janeiro, 2007. 136p. MsC Thesis — Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada.

Usually, in the Brazilian energy mid-term planning, the dispatch of thermal plants varies along a year. Such variation is essentially due to the predominance of the hydraulic mix in the system electric energy supply. For this reason, without preventive measures, a highly irregular cash flow occurs for natural gas (NG) providers, who supply gas for electric energy generators. In order to achieve more regularity for NG providers cash flows, supply contracts of this resource for electric energy generation usually contain special clauses, called “take-or-pay” – ToP. Such clauses force electric generators to pay each month a minimum financial amount, even if the effective use of NG in this period is smaller than the paid amount of resource. Without representing explicitly ToP clauses, the Brazilian model is currently forced to dispatch NG-fueled thermal plants in a compulsory minimal amount, corresponding to the financial lower bound required by the contract. The explicit consideration of ToP clauses in hydrothermal dispatch models yields a better application of NG and a smaller expected operation cost for the whole power system, because it introduces some flexibility in the decision of NG purchase and its use. As shown by our numerical experience, this flexibility may result in reduced water spillages in periods with favorable hydrology.

The methodology presented in this work takes into account the characteristics of the ToP contracts in the Brazilian energy mid-term planning and differs from other models found in the literature by the fact of aiming at a smaller expected operation cost of the whole system – National Interconnected System (NIS), because it treats the contracts from the operator point of view. This work presents the process of inclusion of the NG contracts in the Brazilian energy mid-term planning model NEWAVE, developed by the Electric Energy Research Centre (CEPEL), with its mathematical formulation, impacts and results obtained from real case studies with the NIS.

## Keywords

Energy System Planning. Gas Contracts. Stochastic Dual Dynamic Programming.

## Sumário

1	Introdução	13
1.1	Contexto da Proposta	15
1.2	Principais Contribuições do Trabalho	16
1.3	Organização do Trabalho	17
2	Planejamento da Operação Energética no Sistema Elétrico Brasileiro	19
2.1	Descrição do Sistema	19
2.2	Planejamento da Produção de Energia Elétrica	21
2.2.1	Planejamento da Expansão	21
2.2.2	Planejamento da Operação	23
3	Planejamento da Operação Energética Brasileira a Médio Prazo	28
3.1	O Problema de Planejamento da Operação Energética a Médio Prazo	28
3.1.1	Modelo NEWAVE – Características Gerais	28
3.1.2	Representação da Demanda de Energia	30
3.1.3	Representação do Sistema de Geração Hidrelétrico	31
3.1.4	Representação do Sistema de Geração Termelétrico	32
3.1.5	Representação do Sistema de Transmissão	33
4	Programação Estocástica	34
4.1	Modelos de Programação Estocástica	34
4.1.1	Conceitos Introdutórios	34
4.1.2	Modelagem Geral de um Problema Estocástico	35
4.1.3	Resolução do Problema	37
4.2	Motivação Para a Utilização da Programação Dinâmica Dual	48
4.3	PDDE Aplicada ao Planejamento da Operação Energética	49
4.3.1	Programação Dinâmica Dual Determinística	49
4.3.2	Programação Dinâmica Dual Estocástica	53
5	Utilização do Gás Natural na Geração de Energia Elétrica	55
5.1	Características do GN	55
5.1.1	A Utilização do Gás Natural na Geração de Energia Elétrica	56
5.2	Panorama Mundial dos Contratos com Cláusulas Take-or-Pay	57
5.2.1	Caso Neozelandês	57
5.2.2	Caso Colombiano	58
5.2.3	Caso Português	59
5.3	Histórico de Utilização de Gás Natural no Brasil	60
5.3.1	Projeto de Reestruturação do Setor Elétrico Brasileiro (RE-SEB)	60
5.3.2	Programa Prioritário de Termoeletricidade	61
5.3.3	Programa de Incentivo às Fontes Alternativas	62
5.4	Situação Atual do Gás Natural no Brasil	62
5.5	Características dos Contratos de Fornecimento de GN no Brasil	62

6	Consideração dos Contratos de Fornecimento de GN no Planejamento da Operação Energética a Médio Prazo	<b>65</b>
6.1	Revisão Bibliográfica	65
6.2	Modelo Proposto	67
6.2.1	Formulação Matemática	68
6.3	Exemplo de Impacto da Modelagem	71
6.3.1	Características do Problema	71
6.3.2	Modelagem do Problema	73
6.3.3	Processo Iterativo	73
7	Resultados de Simulações	<b>79</b>
7.1	Caso Teste – Março/2007	79
7.2	Casos Determinísticos	81
7.2.1	Operação da Série de 1975	83
7.3	Casos Estocásticos	89
7.3.1	Descrição dos Casos	89
7.3.2	Variação da Tendência Hidrológica	91
7.3.3	Apresentação e Análise dos Resultados	92
8	Conclusões e Aprimoramentos Futuros	<b>103</b>
8.1	Contribuições do Trabalho	103
8.2	Aprimoramentos Futuros	104
	Sumário das notações	<b>111</b>
	Sumário das notações	<b>112</b>
A	Conceitos de Programação Matemática	<b>113</b>
A.1	Conceitos de Análise Matemática	113
A.2	Conceitos de Otimização	115
B	Decomposição de Benders	<b>120</b>
B.1	Definição do Processo	120
B.2	Definição dos Cortes de Otimalidade	121
B.3	Definição dos Cortes de Viabilidade	122
C	Cálculo dos Cortes de Benders no Modelo NEWAVE	<b>125</b>
C.1	Problemas de Despacho Hidrotérmico	125
C.2	Cálculo dos Cortes de Benders	127
C.2.1	Acoplamento Linear Entre Períodos	127
C.2.2	Acoplamento Não-Linear Entre Períodos	130
D	Dados de Termelétricas a Gás Natural no Brasil	<b>133</b>

## Lista de figuras

2.1	Processo de Planejamento da Operação	25
3.1	Patamares de Deficit	33
4.1	Função convexa $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$	39
4.2	Função convexa $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e sua aproximação $\tilde{f}$	40
4.3	Exemplos de Funções Coercivas	41
4.4	Esquema de Relacionamento Entre os Estágios	46
5.1	Evolução do Consumo de GN no Brasil	63
6.1	Modelo auxiliar de otimização considerando cláusulas ToP	67
6.2	Relacionamento Entre Usina e Reservatórios Térmicos	69
6.3	Função de Custo Futuro – Período 2, Iteração 1	75
6.4	Função de Custo Futuro – Período 1, Iteração 1	76
6.5	Função de Custo Futuro – Períodos 2 e 1, Iteração 2	77
7.1	Faixa Operativa de Geração Térmica – Modelagem Inflexível	81
7.2	Faixa Operativa do Nível de ETC – Modelagem Flexível	82
7.3	Ganhos obtidos com a modelagem ToP	85
7.4	Série de Afluências de 1975 e Média Histórica	86
7.5	Comparativo entre as Gerações Energéticas Com/Sem Consideração das Cláusulas ToP	87
7.6	Evolução do Nível Final Mensal de Energia do Reservatório ETD	87
7.7	Evolução do Nível Final Mensal de Energia do Reservatório ETC	88
7.8	Evolução do Vertimento Mensal Total	89
7.9	Comparativo de Custos de Operação	92
7.10	Médias Históricas de Afluências - Histórico: 1931 a 2005	93
7.11	Vertimento de Energia para o Subsistema Nordeste	94
7.12	Vertimento para o Subsistema Nordeste com 1 ou 4 Termelétricas a GN modeladas	95
7.13	Vertimento de Energia para o Subsistema Sudeste	96
7.14	Vertimento para o Subsistema Sudeste com 1 ou 4 Termelétricas a GN modeladas	97
7.15	Curva de Permanência para $gt$ , Período: Abr/08 – UTE Norte Fluminense	97
7.16	Curva de Permanência para $etd$ , Período: Abr/08 – UTE Norte Fluminense	98
7.17	Curva de Permanência para $etc$ , Período: Out/11 – UTE Termopernambuco	100
7.18	Curva de Permanência para $etd$ , Período: Out/11 – UTE Termopernambuco	100
7.19	Tempos Computacionais de Processamento – 3 iterações	101
A.1	Conjunto Aberto em $\mathbb{R}^2$	114

## Lista de tabelas

5.1	Reservas, Produção e Consumo de GN no mundo em 2002	56
6.1	Valores de Afluências e Mercado	72
6.2	Resultados para a Simulação da 3ª Iteração	77
6.3	Resultados para a Simulação com Cláusulas ToP	78
7.1	Custos Totais de Operação – Com/Sem Modelagem ToP	84
7.2	Custos Totais de Operação	93
7.3	Tempos Computacionais de Processamento – 3 iterações	102
D.1	Principais Centrais Termelétricas a Gás Natural em Operação no Brasil em Setembro/2003	133
D.2	Principais Futuras Centrais Termelétricas a GN no Brasil – (Setembro/2003)	134
D.3	Dados do Contrato de Gás da UTE Norte Fluminense	135
D.4	Dados do Contrato de Gás da UTE CCBS Cubatão	135
D.5	Dados do Contrato de Gás da UTE Fortaleza	135
D.6	Dados do Contrato de Gás da UTE Termopernambuco	136

*On résiste à l'invasion des armées, on ne  
résiste pas à l'invasion des idées.*

**Victor Hugo.**

# 1

## Introdução

Em sistemas de geração e transmissão de energia elétrica com predominância hidrelétrica, composto por reservatórios com capacidade de regularização plurianual, como no caso do sistema brasileiro, a cada intervalo de tempo é necessário que se decida qual o nível adequado de complementação térmica de geração de energia, intercâmbios de energia entre os nós do sistema e geração hidráulica. Para tomar-se esta decisão, se deve considerar a possibilidade de utilização dos reservatórios, o que prolonga de forma significativa o horizonte de influência de cada decisão, na medida em que uma decisão de deplecionamento do nível dos reservatórios em um determinado estágio possui impactos em um longo período após se tomar a decisão. Desta maneira, é importante que haja um planejamento da operação energética ao longo dos futuros anos de modo que se tenha uma adequação do sistema planejado em relação à realidade do país, no tocante ao grau de confiabilidade requerido, além de se poder determinar estimativas para o custo de operação deste sistema, o que possibilita um melhor planejamento na utilização dos recursos financeiros. O planejamento da operação energética no Brasil é uma tarefa de extrema complexidade matemática. Esta complexidade se deve, principalmente, à dificuldade de se lidar com a dimensionalidade, os acoplamentos, e incertezas existentes na modelagem e no processo de resolução do problema,[1], dentre os quais se destacam:

- a dimensão continental do país, que implica em distintas sazonalidades de aflúências fluviais. Esta característica é de extrema relevância, já que cerca de 85% da potência instalada no Brasil é relativa a fontes hidráulicas;
- acoplamento espacial da operação, devido às cascatas hidráulicas, onde a operação de uma usina hidrelétrica afeta a operação de todas as usinas a jusante; e

- acoplamento temporal da operação, já que a decisão da utilização de recursos hídricos em um mês pode causar efeitos indesejados nos meses subseqüentes, como o não-suprimento da totalidade do mercado (déficit de energia) ou o vertimento de reservatórios.

Diversos outros fatores são responsáveis pela dificuldade na resolução do problema de planejamento da operação energética (POE) brasileiro, como a consideração das curvas de produtibilidade das máquinas geradoras ou o tempo de viagem da água entre uma usina e sua usina a jusante. Desta forma, o POE é resolvido através de diversos problemas seqüenciais, com distintos horizontes, conforme apresentado em [14] e [41].

Para cada horizonte de estudo, diferentes modelagens e métodos de resolução são aplicados. Estes problemas se caracterizam de formas distintas, já que, à medida que o horizonte cresce, as incertezas – do mercado e das afluições fluviais, por exemplo – crescem também. De maneira contrária, um maior detalhamento das usinas e do sistema (rede elétrica, curvas de geração, *unit commitment*) é necessário ao se diminuir o horizonte de estudo, de forma que a programação da operação possa refletir de modo realista a verdadeira operação diária do Sistema Interligado Nacional (SIN).

O balanço entre os níveis de detalhamento do sistema e das incertezas consideradas em cada um dos problemas os torna computacionalmente viáveis. No Brasil, este balanço é traduzido numa cadeia de modelos desenvolvidos pelo Centro de Pesquisas de Energia Elétrica (CEPEL) com o intuito de resolver cada um destes problemas. Maiores detalhamentos acerca destes modelos são encontrados em [28]. O presente trabalho se insere no planejamento da operação energética a médio prazo, executado atualmente com o modelo NEWAVE descrito em [25], [27], e [1].

Para o planejamento da operação energética a médio prazo são considerados, usualmente, de 5 a 10 anos de horizonte de estudo. Neste prazo, o objetivo do planejamento é determinar uma estratégia viável de operação a cada período considerado – normalmente cada período corresponde a um mês – de forma que se tenha um menor custo de operação ao longo de todo o horizonte de estudo. Uma estratégia viável de operação consiste em se definir metas de geração das usinas hidrelétricas e termelétricas, além do montante de troca de energia entre os subsistemas (intercâmbios) atendendo à demanda e respeitando as restrições operativas.

A seguir são apresentados, o contexto desta proposta, suas motivações e inserção no atual modelo de planejamento.

## 1.1

### Contexto da Proposta

Embora apenas 10% da energia total gerada no Brasil seja proveniente de usinas termelétricas, esta fonte desempenha um papel fundamental no planejamento energético do país. Forte motivo para este fato é que, ao longo dos últimos anos, e devido a diversos problemas políticos e estruturais, a relação entre mercado e energia disponível aumentou significativamente. Devido a este comportamento do sistema, há cada vez menos sobra de energia disponível para o atendimento do mercado. Desta forma, é notória a crescente importância da modelagem das usinas termelétricas, especialmente no tocante à infra-estrutura e ao despacho das mesmas.

Diversas usinas termelétricas a gás natural (GN) têm contratos de fornecimento firmados sob cláusulas *take-or-pay*. Estas cláusulas obrigam os geradores a efetuarem pagamentos mínimos mensais aos fornecedores, de maneira a se criar um fluxo de caixa estável para os mesmos, [5]. Porém, atualmente, esta inflexibilidade de pagamento mínimo é traduzida por estes geradores como uma inflexibilidade de geração mínima mensal de suas usinas no processo de planejamento da operação energética.

Mais precisamente, este limite de geração mínima termelétrica é levado ao modelo de planejamento para se lidar com a obrigação de compra mínima de combustível por parte dos geradores. Ao considerar-se as cláusulas de *take-or-pay* através de uma modelagem específica, observando-se todos os seus aspectos, é possível se evitar situações indesejadas como vertimentos turbináveis, [38].

Um exemplo de desperdício de energia devido à imposição artificial de geração térmica mínima é dado pelo caso onde se tem grande afluência aos reservatórios (e, portanto, energia barata em abundância), mas parte do mercado tenha que ser atendida pela geração térmica mínima. Caso o nível máximo dos reservatórios seja atingido, parte da água deve ser vertida, ao invés de ser utilizada para o atendimento ao mercado, o que implica em um menor custo de operação, devido à economia na geração térmica – energia cara, quando comparada à energia hidráulica. Neste caso, ao considerar-se as cláusulas de *take-or-pay*, pode ser vantajoso realizar a compra do

combustível (gás natural), porém somente utilizá-lo efetivamente para geração de energia em um período de afluições hidrológicas desfavoráveis ou quando a geração hidráulica máxima tenha sido atingida. Um exemplo numérico desta situação é encontrado na seção 6.3.

A importância da consideração detalhada das usinas termelétricas a GN se torna ainda mais evidente ao se observar o fato de haver 6.266 MW de termelétricas outorgados a este combustível. Embora não haja perspectiva de todos estes projetos serem executados no curto prazo, é uma parcela potencialmente significativa, que o modelo de planejamento da operação a médio prazo deve considerar.

## 1.2

### Principais Contribuições do Trabalho

Este trabalho visa a, fundamentalmente, apresentar uma modelagem matemática para a consideração dos contratos de fornecimento de GN com cláusulas ToP no POE a médio prazo. Esta modelagem permite uma melhor operação, sob o ponto de vista do operador do sistema elétrico (ONS<sup>1</sup>), das usinas termelétricas desta classe, levando a um menor custo de operação total de todo o sistema, com impactos no cálculo dos custos marginais de operação (CMO), preço de liquidação de diferenças (PLD) e preços final da energia ao consumidor.

É apresentado também, de maneira concisa, o histórico da utilização de GN no processo de geração energética no Brasil, desde o início da reformulação à qual o setor energético foi submetido na década de 1990. Este histórico é precedido, ainda, por um panorama mundial da utilização do GN, de modo a se situar a posição do Brasil no mercado mundial.

Além disto, o processo de programação estocástica aplicada ao planejamento da operação energética é detalhado, desde a modelagem do problema no horizonte de médio-prazo, até a resolução do mesmo, utilizando técnicas de decomposição, onde os principais aspectos matemáticos são apresentados em forma de apêndices.

Este trabalho apresenta, então, todas as características para a compreensão do planejamento da operação energética a médio-prazo no Brasil,

<sup>1</sup>Operador Nacional do Sistema Elétrico, entidade criada em 1998, responsável pela coordenação e controle da operação das instalações de geração e transmissão de energia elétrica no SIN.

além de uma nova modelagem para um de seus componentes, a qual permite uma melhor operação do SIN, traduzida em menores custos de operação e melhores resultados finais – diminuição do vertimento, por exemplo.

Alguns resultados comparativos, ilustrando o interesse da proposta, também fazem parte desta dissertação. Casos reais do sistema brasileiro são utilizados como base destes estudos, onde são realizadas simulações determinísticas e estocásticas de operação. Através destes estudos podem-se vislumbrar os ganhos que a modelagem flexível das usinas termelétricas oferece à operação econômica e confiável do sistema.

### 1.3 Organização do Trabalho

No capítulo 2, tem-se uma descrição do sistema elétrico brasileiro, e de todo o processo de planejamento da operação energética utilizado atualmente. De forma a situar a inclusão da modelagem neste processo, são apresentadas as etapas de planejamento da operação, e os modelos utilizados oficialmente em cada uma destas etapas.

O capítulo 3 apresenta a etapa do planejamento da operação energética brasileira a médio prazo, com um maior detalhamento do problema desta etapa. As características gerais do modelo NEWAVE, base deste trabalho, são então expostas, através da explicitação da modelagem adotada para a representação da demanda de energia, dos sistemas de geração termelétrico e hidrelétrico, e do sistema de transmissão de energia.

A metodologia de resolução do problema é detalhada no capítulo 4, onde, após breve introdução sobre modelos estocásticos de otimização, são apresentados os conceitos da Programação Dinâmica Dual Determinística (PDDD) e Estocástica (PDDE), para problemas multiestágio.

Uma revisão bibliográfica acerca da utilização de gás natural na geração de energia elétrica no mundo é feita no capítulo 5, onde se compara a maneira através das quais são consideradas as cláusulas *take-or-pay* dos contratos de fornecimento de gás em alguns países. Além disto, este capítulo engloba uma revisão bibliográfica da evolução histórica da utilização do gás no Brasil e apresenta as características dos contratos de fornecimento de gás natural no âmbito do mercado nacional.

No capítulo 6, é apresentada a formulação proposta para o tratamento

das cláusulas *take-or-pay* dos contratos no modelo de planejamento da operação energética. Esta formulação é comparada à atualmente utilizada e àquelas encontradas na literatura, sendo as diferenças entre as mesmas comentadas. Um exemplo de impacto da modelagem é ainda apresentado neste capítulo, de modo a corroborar a afirmação de que uma melhor modelagem destas cláusulas pode propiciar um menor custo total de operação.

Finalmente, são encontrados no capítulo 7 resultados numéricos de simulações do modelo NEWAVE com a nova formulação. Estes resultados são comparados a resultados encontrados com a formulação em uso atualmente. Para as exposições, são utilizados tanto casos determinísticos (PDDD), com a utilização de séries históricas de vazões, bem como casos estocásticos, através da geração de séries sintéticas de vazões.

O apêndice A apresenta alguns conceitos de programação matemática, de modo a fornecer uma base teórica para os resultados expostos, principalmente, no capítulo 4. A técnica de decomposição de Benders para um problema de 2 estágios, e a criação dos cortes, é exposta, de maneira sucinta, no apêndice B.

Um maior detalhamento dos temas presentes nos apêndices A e B pode ser encontrado nas referências citadas nos próprios capítulos.

O apêndice C, por sua vez, contém a dedução da fórmula dos cortes de Benders utilizando as variáveis introduzidas pelo modelo proposto neste trabalho para o modelo NEWAVE.

No apêndice D são apresentados dados sobre a situação das centrais termelétricas brasileiras, existentes e em projeto. Além disto, é apresentada a escolha das térmicas que compõem os casos-teste estocásticos para os quais são apresentados resultados no capítulo 7.

## 2

# Planejamento da Operação Energética no Sistema Elétrico Brasileiro

Este capítulo discute de forma breve o processo de planejamento da operação energética no Brasil. São apresentadas as etapas de planejamento com descrições das principais características envolvidas em cada uma destas etapas, bem como a metodologia utilizada na solução dos seus respectivos problemas. É dada ênfase ao planejamento da operação energética a médio prazo, objeto deste estudo.

O capítulo se inicia com uma descrição do sistema brasileiro.

### 2.1

#### Descrição do Sistema

Com tamanho e características que permitem considerá-lo único em âmbito mundial, o sistema de produção e transmissão de energia elétrica do Brasil é um sistema hidrotérmico de grande porte, com forte predominância de usinas hidrelétricas [3]. O SIN é formado pelas empresas das regiões Sul, Sudeste, Centro-Oeste, Nordeste e parte da região Norte, englobando quase a totalidade do território nacional. O Brasil é responsável por mais de 40% do consumo total de energia da América do Sul, [5].

Além da forte predominância das fontes hidráulicas na geração de energia, o SIN também é caracterizado pela presença de grandes reservatórios, que possuem uma capacidade de regularização plurianual, formando complexas cascatas sobre diversas bacias hidrográficas. As usinas hidrelétricas podem utilizar a água armazenada nos seus reservatórios para produzir energia no futuro, substituindo os custos de combustível das unidades térmicas, apresentando-se, assim, economicamente competitivas, [14].

Embora seja uma fonte econômica, a inclusão da geração hidrelétrica de energia traz elementos complicadores ao processo de planejamento da operação energética. A afluência energética futura aos reservatórios tem

comportamento estocástico, dependendo das precipitações futuras, que não podem ser previstas com exatidão. Além disto, o montante desta afluência possui uma grande variação em diferentes estações do ano, e até mesmo de ano para ano. Outra característica do sistema é que os registros históricos de afluências possuem períodos de grandes secas, alguns maiores que um ano.

As usinas hidrelétricas, dependendo de sua capacidade de regularização, podem ser classificadas em: usinas a fio d'água e usinas com reservatórios. Usinas a fio d'água são aquelas cujo volume é suficiente apenas para regularização de descargas semanais ou diárias. Em contrapartida, as usinas com reservatórios são aquelas que possuem regularização de vazões de um mês, um ano ou até mesmo vários anos.

Visando a aproveitar as precipitações, os desníveis dos rios, e os relevos da região, de modo a se ter um armazenamento mais eficiente, as usinas hidrelétricas são construídas em locais distantes dos centros de consumo. Desta forma, se fez necessário um extenso sistema de transmissão, na formação do SIN, que interliga os sistemas de energia: Sudeste/Centro-Oeste, Sul, Nordeste e Norte. A existência de um sistema interligado permite a redução dos custos de operação, através das trocas de energia entre as regiões, aproveitando as diversidades do comportamento hidrológico das diferentes bacias hidrológicas. Além disto, a interligação também causa o aumento da confiabilidade e da eficiência de fornecimento.

O parque termelétrico brasileiro tem como principais objetivos complementar os recursos hidrelétricos e aumentar a confiabilidade do sistema, já que não está sujeito a incertezas, como a incerteza das afluências, no caso do parque hidrelétrico. Além disso, o parque termelétrico ainda se destina ao abastecimento de sistemas isolados (como alguns encontrados na região Norte) e ao atendimento localizado no caso de ocorrências de restrições elétricas e/ou energéticas.

É esperado que a hidroeletricidade permaneça como a fonte dominante na geração de energia devido à grande disponibilidade de potencial a ser explorado. Não obstante, a participação de usinas térmicas no sistema deve crescer, devido também ao avanço na tecnologia das turbinas a gás e ao fato do comportamento crescente dos custos relacionados à exploração hidráulica de novos locais.

A coordenação de todo o sistema nacional é uma tarefa de extrema

complexidade e, atualmente, é dividida em etapas: distintos horizontes e níveis de detalhamento do sistema, dirigidos a diferentes estudos, são considerados. A próxima seção descreve de maneira geral este processo.

## 2.2

### Planejamento da Produção de Energia Elétrica

O planejamento da produção de energia elétrica no Brasil pode ser dividido, inicialmente, em duas grandes etapas: o planejamento da expansão e o planejamento da operação, com distintos objetivos e enfoques. Atualmente, o problema do planejamento da operação no Brasil é ainda dividido em etapas, denominadas planejamento a médio prazo, curto prazo e programação da operação.

#### 2.2.1

##### Planejamento da Expansão

O planejamento da expansão do sistema elétrico tem como meta atender às necessidades requeridas pelo mercado – atendimento à demanda – a longo prazo, com padrões de qualidade e confiabilidade pré-estabelecidos. Para isto, dado um crescimento deste mercado a ser atendido, o atendimento pode ser efetuado através do acréscimo de novas unidades de geração, térmicas ou hidráulicas, ou elevando-se o risco de não-suprimento da totalidade da carga – risco de déficit.

O cronograma de expansões resultante de um planejamento da expansão – um estudo a longo prazo – deve buscar este atendimento a um mínimo custo. A tarefa do planejamento é, então, chegar a uma solução de compromisso entre a minimização dos custos de investimentos e operação e o atendimento a padrões pré-estabelecidos de qualidade, conforme citado em [14].

Para o estabelecimento deste compromisso, normalmente são realizados estudos com um horizonte de até 30 anos. Dentre os estudos necessários para o correto planejamento, se encontram relatórios acerca da disponibilidade de recursos energéticos, inventários hidroelétricos das bacias hidrográficas e custos de obtenção e transporte de combustíveis para as usinas termelétricas.

Em um horizonte de 20 a 30 anos, visa-se a obter indicadores a respeito da expansão da capacidade instalada de cada tipo de fonte geradora e

custos marginais de referência. Os dados disponíveis para estes estudos são previsões de longo prazo – econômicas e tecnológicas, além de recursos inventariados e estimados.

Para um horizonte de 15 anos, os dados disponíveis são basicamente os mesmos dos estudos com horizonte maior, porém com um maior nível de certeza. Nestes estudos, busca-se uma determinação de um programa de referência, com a programação de projetos de geração, estudos de viabilidade e relação de capacidade das linhas de transmissão. Além disto, busca-se a minimização do custo total do programa, considerando-se todos os custos intrínsecos aos investimentos.

Já para um horizonte de 10 anos, ocorre um ajuste do programa de expansão sugerido nos estudos de planejamento da expansão de longo prazo.

Ainda são realizados estudos envolvendo análises de risco e cálculo de custo de déficit para o sistema. Nos estudos de análise de risco, são simuladas saídas não-programadas de unidades termelétricas e a ocorrência de períodos hidrológicos adversos. Desta forma, pode-se mensurar o nível de confiabilidade que o sistema apresenta, gerando resultados indicativos acerca da expansão necessária para se atingir determinados níveis – que podem ser definidos pela legislação vigente ou serem definidos para um estudo específico, por exemplo.

Os estudos para a determinação do custo de déficit do sistema têm por objetivo o estabelecimento do compromisso entre a minimização dos custos operativos e a garantia de qualidade de suprimento adequado de energia para o sistema. Devido às características hidrológicas brasileiras, é impraticável um planejamento da operação energética com risco nulo de ocorrência de déficit. Para que isto ocorra, é necessário um enorme investimento extra, o que não é uma alternativa economicamente viável.

Na cadeia de modelos desenvolvida pelo CEPREL para o planejamento da operação energética no Brasil, o modelo responsável pelo planejamento da expansão é o MELP – Modelo de Expansão a Longo Prazo, [26]. O MELP resolve o problema de planejamento da expansão através de simplificações na representação das incertezas das afluições (cenários crítico e médio), e utiliza a técnica de programação inteira *Branch & Bound*, [23]. Informações gerais sobre o planejamento da expansão podem ser encontradas em [16] e [10].

### 2.2.2

#### Planejamento da Operação

O planejamento da operação dos reservatórios das usinas hidroelétricas do SIN tem como principal objetivo minimizar o valor esperado do custo total de operação (gastos com geração térmica mais penalidades pelo não atendimento à demanda) ao longo do horizonte do planejamento, levando-se em consideração restrições físicas e de confiabilidade do sistema.

Devido à magnitude do sistema, com reservatórios de grande porte distribuídos por extensas regiões geográficas, qualquer decisão implica em diferentes conseqüências temporais e espaciais, tornando o problema bastante complexo. Existe, então, uma relação entre a tomada de decisão em um período qualquer e sua conseqüência futura. O acoplamento espacial do sistema é caracterizado pelas cascatas formadas por usinas hidrelétricas. A opção de realizar um desestoque de água em uma usina pode significar não apenas uma geração na mesma, bem como gerações e/ou vertimentos em todas as usinas a jusante.

Além deste acoplamento espacial, outro importante aspecto é o acoplamento temporal da operação. Caso se opte por uma grande geração hidráulica para atender o mercado atual, deplecionando-se os níveis dos reservatórios, e ocorra um período de baixos índices fluviométricos (baixas vazões), será necessário o acionamento de usinas termelétricas no futuro para o atendimento da demanda, ainda correndo-se o risco de não se possuir recursos suficientes para atender à sua totalidade. Caso, pelo contrário, sejam acionadas muitas usinas termelétricas no presente, de maneira a manter os reservatórios em seus níveis atuais, e ocorra um período de altos índices fluviométricos no futuro, a probabilidade de ocorrência de vertimentos é muito alta. As duas situações devem ser evitadas pelo planejamento por acarretarem em custos extras desnecessários.

Tendo em vista a complexidade do SIN o planejamento da operação energética é realizado em três etapas. Em cada uma destas etapas, os modelos utilizados possuem diferentes horizontes de planejamento, discretização de tempo, graus de detalhamento na representação das unidades, e diferentes tratamentos para a incerteza hidrológica.

As principais características de cada uma das etapas do planejamento da operação, inerentes aos modelos atualmente adotados no processo, são:

- Planejamento a Médio Prazo: envolve um período de até 5 anos usualmente. A modelagem do parque gerador é através de subsistemas equivalentes de energia, [4], divisão por custo unitário de combustível das usinas térmicas em classes térmicas e transmissão de energia entre subsistemas. Considera-se, neste caso, uma modelagem mais detalhada para as afluições energéticas às usinas hidrelétricas;
- Planejamento a Curto Prazo: lida com horizontes de até 1 ano. Neste caso, as afluições são tratadas como determinísticas, estocásticas ou uma combinação destas duas, conforme apresentado em [37]. Diferentemente do planejamento a médio prazo, as usinas hidráulicas e térmicas são representadas individualmente; e
- Programação da Operação: enxerga um horizonte máximo de 1 semana. As vazões são consideradas determinísticas nesta etapa. A rede de transmissão é mais detalhada e diversas restrições operativas são representadas, como restrições de *unit commitment* térmico [18].

Na figura 2.1 é apresentada a divisão de horizontes citada. Para cada horizonte de estudo é utilizado um diferente modelo de planejamento e alguns modelos auxiliares, como os geradores de vazões e previsores de mercado.

Conforme citado em [18], o ponto principal para a existência de modelos de planejamento da operação é o fato de que não é possível que se atenda continuamente os sistemas hidrotérmicos somente com geração hidráulica, pela sua forte dependência da constância de condições hidrológicas favoráveis e pela capacidade limitada de armazenamento dos reservatórios. Assim, os estudos de planejamento da operação visam, a partir dos custos de geração térmica e de déficit de energia, a estabelecer as quantidades de geração térmica a serem realizados pelos diferentes tipos de fonte ao longo do período de planejamento, a fim de se atender o sistema a um mínimo custo operativo.

O acoplamento entre os modelos se dá através do aproveitamento da função de custo futuro construída pelo modelo posicionado imediatamente acima na cadeia apresentada. Assim, as etapas de curto prazo e da programação da operação determinam a estratégia ótima de operação levando-se em consideração o custo esperado até o final do período de es-

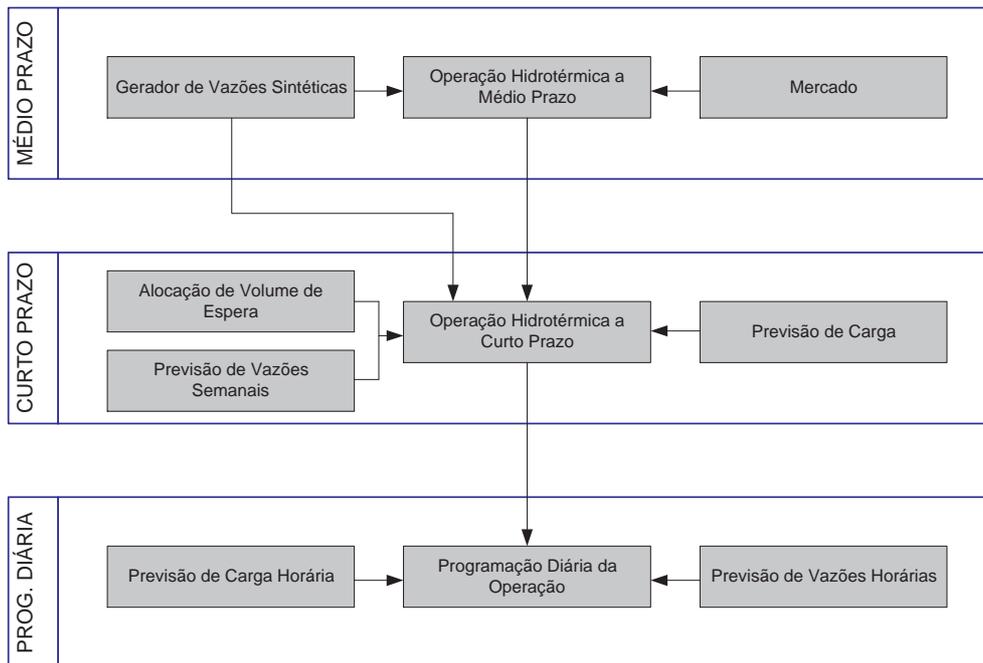


Figura 2.1: Processo de Planejamento da Operação

tudo adotado no modelo de médio prazo. A construção e interpretação da função de custo futuro são detalhadas na seção 4.3.1.

A seguir são descritas as características principais de cada modelo utilizado nas três etapas do planejamento apresentado na figura 2.1.

### Planejamento a Médio Prazo

O modelo NEWAVE é o utilizado nesta etapa do planejamento da operação energética. Através dele é definida, para cada mês do horizonte de planejamento, a alocação ótima dos recursos hídricos e térmicos, de forma a minimizar o valor esperado do custo de operação ao longo de todo o horizonte de planejamento.

Visando a reduzir a dimensão do problema, o parque hidrelétrico é representado de forma agregada, agrupando-se costumeiramente as usinas hidrelétricas em quatro reservatórios equivalentes: Sudeste/Centro-Oeste, Sul, Nordeste e Norte.

O modelo NEWAVE leva em consideração a capacidade de regularização plurianual do sistema e a aleatoriedade das afluências aos reservatórios através da simulação de um grande número de cenários hidrológicos, calculando, assim, índices probabilísticos de desempenho do sis-

tema para cada mês da simulação.

Dentre os resultados obtidos nos estudos desta etapa, estão os totais mensais médios de geração térmica e hidráulica.

### **Planejamento a Curto Prazo**

O modelo DECOMP é o responsável pela etapa de curto prazo na cadeia de modelos. Nesta etapa, há um acoplamento com a etapa imediatamente acima (médio prazo) através da função de custo futuro gerada – que representa a política ótima do médio prazo – num estágio que seja coincidente com o final do horizonte do modelo de curto prazo. Desta forma, é gerada uma função que retrata o valor econômico da água armazenada nos reservatórios em função dos níveis de armazenamento dos mesmos.

O objetivo do planejamento a curto prazo é minimizar o valor esperado do custo de operação ao longo do período de planejamento de até um ano. O modelo DECOMP apresenta discretização semanal para o primeiro mês e mensal para o resto do ano. Para isto, é determinada a trajetória ótima de evolução dos armazenamentos dos reservatórios e as metas de geração de cada usina de um sistema hidrotérmico, os intercâmbios entre os subsistemas e os custos marginais de operação.

Também são consideradas nesta etapa as diversas restrições de geração e algumas restrições elétricas. A incerteza das aflúncias aos diversos aproveitamentos do sistema é consideravelmente menor que a presente no planejamento a médio prazo, e é representada através de cenários hidrológicos. Estes cenários podem ser representados através de uma árvore de aflúncias com probabilidades de ocorrência associadas a cada ramo.

### **Programação da Operação**

Atualmente, a elaboração da programação da operação ocorre de forma participativa e interativa entre os agentes do mercado e o ONS, cabendo a este a aprovação e o estabelecimento do Programa Diário de Produção final, decorrente do processo de compatibilização com as restrições locais.

Nesta etapa, utiliza-se o modelo DESSEM-PAT, [29] que trabalha com horizonte de uma a duas semanas, com discretizações podendo variar de 30 minutos a várias horas (múltiplos de 30 minutos). Para efeitos de

validação deste modelo pelo ONS, é utilizado, normalmente, um horizonte de 1 semana, com discretização horária, ou seja, 168 períodos de tempo, [40].

A fim de que o despacho fornecido pelo DESSEM-PAT esteja bastante próximo do despacho que efetivamente é colocado em prática, o modelo considera em sua formulação a dinâmica das unidades termelétricas, [18], bem como uma representação detalhada das funções de produção das unidades hidrelétricas, [19], além de considerar as perdas de energia na rede elétrica, [20], simulada através de uma representação DC, [21]. A rede de transmissão é representada por um fluxo de potência DC (corrente contínua), [32].

A função de custo futuro gerada pelo modelo de curto prazo no estágio que coincide com o último estágio do modelo de programação diária é utilizada para quantificar o custo neste instante de tempo e permitir uma otimização coerente com as informações passadas pelos modelos previamente executados.

### **3**

## **Planejamento da Operação Energética Brasileira a Médio Prazo**

Este capítulo apresenta a modelagem do problema de planejamento da operação energética a médio prazo, bem como a sua estratégia de solução. Inicialmente descreve-se a modelagem para o problema resolvido pelo modelo NEWAVE, com um maior nível de detalhamento do que o utilizado no capítulo 2. Posteriormente, a estratégia utilizada para a solução deste problema é apresentada, após uma breve introdução sobre modelos de programação estocástica.

### **3.1**

#### **O Problema de Planejamento da Operação Energética a Médio Prazo**

O objetivo básico do planejamento da operação de um sistema hidrotérmico é determinar, para cada etapa do período de planejamento, as metas de geração para cada usina que atendam à demanda e minimizem o valor esperado do custo de operação ao longo do período. Este custo é composto pelo custo variável de combustível das usinas termoeletricas e pelo custo atribuído às interrupções de fornecimento de energia.

Para este horizonte de planejamento, a incerteza inerente às afluências energéticas aos reservatórios tem papel preponderante no estudo. Desta forma, há um menor detalhamento das características operativas do sistema – se comparado a um modelo de programação da operação – em prol de uma maior consideração das incertezas relacionadas às afluências.

#### **3.1.1**

##### **Modelo NEWAVE – Características Gerais**

O modelo computacional NEWAVE implementa uma metodologia para determinação das estratégias da operação hidrotérmica a médio prazo,

com representação agregada do parque hidroelétrico e cálculo da política ótima baseado em Programação Dinâmica Dual Estocástica.

O modelo apresenta as seguintes características:

- múltiplos subsistemas interligados;
- modelo equivalente com produtividade variável;
- representação estática ou dinâmica da configuração do sistema;
- discretização da carga própria em até três patamares (por exemplo, pesada, média e leve);
- representação dos cortes no suprimento do mercado de energia elétrica em até quatro patamares de déficit; e
- consideração de diversos cenários de energias afluentes, obtidos através de um modelo auto-regressivo periódico de ordem  $p$ , PAR( $p$ ).

Basicamente, o modelo NEWAVE é composto por quatro módulos:

1. módulo de cálculo do sistema equivalente: calcula os subsistemas equivalentes de energia a partir de uma configuração definida nos dados de entrada. Cada subsistema é definido por: energias armazenáveis máximas, séries históricas de energias controláveis e energias fio d'água, parábolas de energia de vazão mínima, energia evaporada, capacidade de turbinamento, correção da energia controlável em função do armazenamento, perdas por limite de turbinamento nas usinas fio d'água, dentre outras;
2. módulo de energias afluentes: estima os parâmetros do modelo estocástico, PAR( $p$ ), e gera séries sintéticas de energias naturais afluentes que são utilizadas no módulo de cálculo da política de operação hidrotérmica e para geração de séries sintéticas de energias afluentes para análise de desempenho no módulo de simulação da operação;
3. módulo de cálculo da política de operação hidrotérmica: determina a política de operação mais econômica para os subsistemas equivalentes, baseado em PDDE, levando em conta as incertezas nas afluências futuras e os patamares de carga própria e déficit, além de calcular a função de custo futuro; e

4. módulo de simulação da operação: simula a operação do sistema ao longo do período de planejamento, para distintos cenários de seqüências hidrológicas. Calcula índices de desempenho, tais como o custo esperado de operação, o risco e profundidade de déficit, a distribuição de frequências dos custos marginais, intercâmbios de energia, gerações hidráulicas e térmicas.

É enfocada, neste trabalho, a modelagem dos problemas de despacho hidrotérmico resolvidos nos módulos (3) e (4) descritos nesta seção. As referências [1], [27] e [25] contêm mais informações sobre os outros módulos.

### 3.1.2

#### Representação da Demanda de Energia

A demanda de energia para cada subsistema  $r$  em um determinado período  $t$  é dada em MWmês e representa blocos de energia para cada estágio do período de planejamento. É costumeiro que a demanda seja dividida em três níveis de carga distintos – pesada, média e leve. Desta forma, então, todas as variáveis relacionadas à carga são divididas nos mesmos níveis – patamares de demanda.

Seja, então, a demanda, de um subsistema  $r$ , patamar de carga  $p$ . Esta é atendida através das gerações hidráulica e térmica do subsistema, além das trocas de energia através dos intercâmbios, detalhados na seção 3.1.5, para este mesmo patamar de carga.

O atendimento à demanda pode ser representado sem se considerar o efeito de perdas como a restrição apresentada na equação (3-1), repetida para cada patamar de carga  $p$ :

$$gh_r^t + \sum_{c \in CT_r} gt_c^t - \sum_{s \in \Omega_r} (F_{r,s}^t - F_{s,r}^t) + (1 - \beta_r^t) eaf_r^t - edf_r^t = D_r^t - ed_r^t, \quad (3-1)$$

onde  $F_{r,s}^t$  representa o montante de energia enviada do subsistema  $r$  para o subsistema  $s$ ,  $\Omega_r$  o conjunto de subsistemas ligados ao subsistema  $r$ ,  $gh_r^t$  a geração hidráulica de cada um dos reservatórios equivalentes,  $CT_r$  o conjunto de classes térmicas do subsistema  $r$ ,  $gt_c^t$  a geração de cada classe térmica  $c$ ,  $(1 - \beta_r^t) eaf_r^t$  a parcela da energia afluyente destinada às usinas a fio d'água,  $edf_r^t$  a parcela desta energia que é desviada, ou seja, não chega ao reservatório  $r$ , e  $D_r$  a demanda líquida a ser atendida pelas gerações. Nesta demanda líquida já estão descontadas as parcelas atendidas por pequenas

usinas e gerações compulsórias de algumas usinas. A parcela  $ed_r^t$  representa o montante de energia não atendida no período  $t$  no subsistema  $r$ . Este montante é conhecido como *déficit de energia*.

### 3.1.3

#### Representação do Sistema de Geração Hidrelétrica

Como apresentado na seção 3.1.1, a representação das usinas hidrelétricas se dá através de subsistemas, representando reservatórios equivalentes de energia, [4]. Para estes reservatórios, os principais parâmetros descritivos são:

- energia armazenável máxima: define a capacidade máxima de energia que pode ser reservada em um subsistema. É através deste parâmetro que se observa a regularização plurianual que caracteriza o sistema brasileiro;
- energia afluyente: define a quantidade de energia (vazão natural afluyente multiplicada pela produtibilidade equivalente) que chega, a cada período, ao reservatório em questão;
- energia de vazão mínima: definida como a descarga mínima obrigatória das usinas;
- energia evaporada: equivale ao somatório da perda mensal de energia armazenada por evaporação; e
- geração de pequenas usinas: equivale à energia disponível aos sistemas pelas pequenas usinas, não modeladas na configuração.

Devido à capacidade de regularização do sistema brasileiro, a água reservada em um período pode ser utilizada em períodos posteriores do horizonte de planejamento. Para que isto ocorra, a cada período  $t$ , e para cada reservatório equivalente  $r$ , há a equação de balanço hídrico, definida na equação (3-2). Nesta equação, a energia armazenada inicial do reservatório equivale à energia armazenada final do período anterior  $ea_r^{t-1}$ .

$$ea_r^t = ea_r^{t-1} + f_c^{r,t} \cdot (\beta_r^t ea_r^t f_r^t) - evm_r^t - edv_r^t - gh_r^t - ev_r^t, \quad (3-2)$$

onde  $\beta ea_r f$  representa a parcela da energia afluyente destinada às usinas com reservatório,  $evm$  a energia de vazão mínima,  $edv$  a energia de desvio

d'água<sup>1</sup>,  $gh$  a geração hidráulica que utiliza a água do reservatório em questão, e  $ev$  representa a energia vertida. Para todas as variáveis os índices  $r$  e  $t$  têm o significado de reservatório e período, respectivamente.

O fator de correção  $f_c^{r,t}$  tem a finalidade de ajustar a energia controlável ( $\beta_r^t e a f_r^t$ ) ao nível inicial de armazenamento do período. Por isto,  $f_c^{r,t}$  é função de  $e a_r^{t-1}$ . Os impactos desta característica são considerados no apêndice C ao se apresentar a maneira como são calculadas as aproximações do valor esperado do custo futuro de operação de um período.

### 3.1.4

#### Representação do Sistema de Geração Termelétrico

As usinas termoelétricas são representadas por grupos de térmicas com custos iguais (classes térmicas). Os parâmetros básicos das classes termelétricas são apresentados a seguir:

- geração máxima;
- geração mínima; e
- custo de operação.

Desta forma, a geração térmica de cada classe  $w$  em um período de tempo  $t$ ,  $gt_w^t$ , respeita estes limites:

$$\underline{gt}_w^t \leq gt_w^t \leq \overline{gt}_w^t, \quad (3-3)$$

onde  $\underline{gt}_w^t$  e  $\overline{gt}_w^t$  representam as gerações térmicas mínima e máxima da classe.

O déficit no fornecimento de energia é representado como uma unidade termelétrica de capacidade igual à demanda, com custo de operação igual ao custo atribuído à interrupção de fornecimento de energia. De modo a diferenciar distintos níveis de importância de interrupções deste fornecimento, o déficit de energia é dividido em patamares, distintos dos patamares de demanda.

A cada patamar de déficit é atribuído um valor de profundidade do mercado, o qual indica a porcentagem deste mercado que corresponde a este patamar de déficit. A soma destas profundidades é igual a 1, representando o caso extremo onde todo o mercado está em situação de

<sup>1</sup>A energia de desvio d'água controlável representa a parcela de energia retirada da energia afluyente tendo em vista irrigação ou abastecimento, por exemplo.

déficit. Normalmente utiliza-se quatro patamares para a diferenciação do déficit, conforme apresenta a figura 3.1.

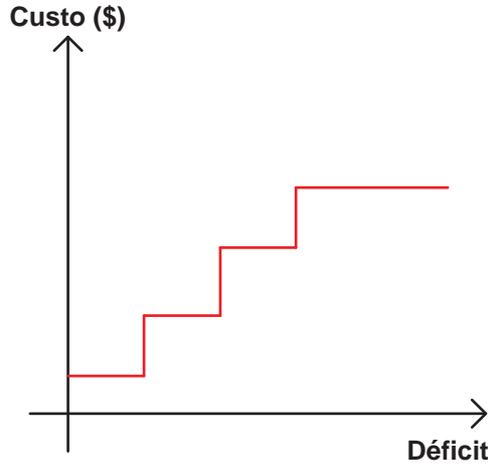


Figura 3.1: Patamares de Deficit

### 3.1.5 Representação do Sistema de Transmissão

A capacidade de interligação entre os subsistemas é representada através de limites de intercâmbio de energia (MWmês), representando as linhas de transmissão, os quais são diferenciados por patamar de demanda. Podem existir perdas de energia no fluxo entre os subsistemas.

Como apresentado na seção 3.1.2, os intercâmbios de energia são representados no modelo NEWAVE pelas variáveis  $F_{r,s}^t$ . Porém, há (podem haver) perdas nas linhas de transmissão. Desta forma, seja  $\eta_{r,s}^t$  o fator de perda na energia transmitida do subsistema  $r$  para o subsistema  $s$ . Então, a restrição de atendimento à demanda, previamente apresentada na equação (3-1), de maneira completa é da forma da equação (3-4):

$$gh_r^t + \sum_{c \in CT_r} gt_c^t - \sum_{s \in \Omega_r} (F_{r,s}^t - (1 - \eta_{s,r}^t) F_{s,r}^t) + (1 - \beta_r^t) eaf_r^t - edf_r^t = D_r^t - ed_r^t. \quad (3-4)$$

O fator de perda só se encontra no termo  $F_{s,r}^t$  pois se considera que as perdas ocorrem no decorrer da transmissão de energia, ao longo da linha de transmissão. Assim, o subsistema  $s$  efetivamente envia  $F_{s,r}^t$  ao subsistema  $r$  no período  $t$ , porém somente  $(1 - \eta_{s,r}^t) F_{s,r}^t$  auxilia este subsistema no atendimento à sua carga e em suas exportações.

## **4**

### **Programação Estocástica**

#### **4.1**

##### **Modelos de Programação Estocástica**

Nesta seção, uma breve introdução acerca dos problemas de programação estocástica é feita. Os problemas estocásticos são apresentados, bem como os conceitos básicos que suportam o processo de resolução dos mesmos. Os detalhes específicos dos métodos de Programação Dinâmica Dual Determinística e Estocástica são mais bem detalhados nas seções 4.3.1 e 4.3.2, respectivamente.

##### **4.1.1**

###### **Conceitos Introdutórios**

A programação estocástica tem, como característica marcante, a presença de incerteza em relação a um ou mais dados de entrada do problema tratado, incertezas estas presentes em um ou mais períodos de interesse. No modelo NEWAVE, dado o horizonte de planejamento de médio prazo, são consideradas incertezas nas afluências hidráulicas às usinas. No cotidiano, porém, diversos outros exemplos podem ser observados, como a incerteza no comportamento dos retornos dos ativos financeiros.

Como primeiro enfoque, surge a questão do tratamento da estocasticidade nos problemas de otimização. Do princípio que os dados são aleatórios, qual das possíveis realizações dos mesmos será utilizada para que se otimize a função objetivo? Diversos enfoques podem ocorrer nesta etapa do processo de otimização, como, por exemplo:

- minimizar o valor esperado da função objetivo, através de uma média ponderada de possíveis ocorrências dos dados estocásticos;
- otimizar segundo a pior realização possível, sendo esta uma estratégia bastante conservadora; e

- minimizar os desvios máximos de metas pré-estabelecidas, para um conjunto de realizações das variáveis aleatórias que modelam os dados envolvidos.

Para eventos aleatórios de caráter repetitivo, como as afluências hidrológicas, a estratégia comumente adotada é a minimização (otimização) utilizando-se o valor esperado da função objetivo. Para isto, devem-se conhecer quais as possíveis realizações futuras de todas as variáveis aleatórias envolvidas no problema, realizações estas denominadas de cenários futuros dos dados. Como isto normalmente não é possível – o prévio conhecimento de toda a distribuição de probabilidade – costumeiramente são realizadas simulações de Monte Carlo. Neste tipo de simulações, são gerados possíveis cenários de ocorrência das variáveis aleatórias, através de uma modelagem prévia. A cada cenário é atribuída uma probabilidade, visando a uma representação da verdadeira distribuição de probabilidades destas variáveis através deste conjunto discreto de realizações.

Devido à necessidade de se ter uma grande quantidade de cenários estocásticos, de forma a se representar de maneira satisfatória a distribuição de probabilidades das grandezas estocásticas, a maioria dos problemas reais tem um grande número de variáveis envolvidas, já que as decisões são separadas por cenários. Com isto, é computacionalmente inviável, em grande parte dos casos, a resolução direta do problema, sendo necessária a aplicação de técnicas de decomposição. As técnicas de decomposição fazem a troca da solução de um problema de grande porte pela resolução de subproblemas de menor complexidade, porém através de um processo iterativo.

#### 4.1.2

#### **Modelagem Geral de um Problema Estocástico**

Os modelos mais gerais de programação estocástica podem dividir o problema original em um número  $T$  qualquer de períodos. Neste caso, para um período  $t$ , onde  $1 \leq t \leq T$ , as decisões de operação dos  $t - 1$  períodos anteriores são levadas em consideração ao se determinar a estratégia ótima para este período. Estes modelos têm sua complexidade crescente com o número  $T$  de períodos utilizado.

Nesta seção, é utilizado o modelo de dois estágios, o qual é posteriormente estendido nas seções 4.3.1 e 4.3.2 para um modelo multiestágio.

Nesta modelagem inicial, o primeiro estágio corresponde ao período onde não há incertezas, e todas as variáveis relacionadas a este período de planejamento são denominadas variáveis de primeiro estágio, bem como as restrições. Assim,  $x^1 \in \mathbb{R}^{n_1}$  representa o vetor de decisões de planejamento anteriores às realizações das variáveis aleatórias.

O segundo estágio é determinado pelo conjunto de períodos onde há incerteza nos dados. As variáveis de segundo estágio são dadas pelos vetores  $x^2(q) \in \mathbb{R}^{n_2}$ , onde  $q$  representa uma ocorrência dos eventos aleatórios que tornam o problema incerto.

Para o planejamento da operação energética a médio prazo, estas variáveis são organizadas em dois subgrupos. O primeiro destes subgrupos é composto pelas variáveis de decisão do problema, como geração hidráulica, térmica e vertimentos. Já o segundo contém as variáveis de estado do problema, que no caso do modelo NEWAVE são as energias armazenadas finais dos subsistemas e valores de afluências energéticas ocorridas nos meses anteriores. As restrições, dos primeiro e segundo estágios, representam as restrições de operação do sistema, como balanço hídrico, atendimento à demanda e limites de geração.

Sejam  $c_1 : \mathbb{R}^{n_1} \rightarrow \mathbb{R}$  e  $c_2 : \mathbb{R}^{n_2} \rightarrow \mathbb{R}$  funções de custo. Matematicamente, o problema pode ser escrito da forma:

$$\begin{cases} \min_{x^1, x^2(q)} c_1(x^1) + \mathbb{E}_p c_2(x^2(q), q) \\ A_1 x^1 = b_1 \\ e(x^1) + A_2 x^2(q) = b_2(q), \quad q = 1, \dots, Q, \end{cases} \quad (4-1)$$

onde o símbolo  $\mathbb{E}_p$  representa o valor esperado dada a distribuição de probabilidades  $p$  para o conjunto de cenários  $q = 1, \dots, Q$ ,  $A_1 \in \mathbb{R}^{m_1 \times n_1}$  e  $A_2 \in \mathbb{R}^{m_2 \times n_2}$  matrizes de restrições,  $e : \mathbb{R}^{n_1} \rightarrow \mathbb{R}^{m_2}$  a função de acoplamento, e  $b_1$  e  $b_2(q)$  têm dimensões apropriadas.

A matriz  $A_2$  e a função  $e(\cdot)$  podem depender do cenário  $q$  realizado. Porém, como no modelo NEWAVE as mesmas são invariantes em relação aos cenários, opta-se, neste trabalho, pela representação simplificada apresentada em (4-1).

Dado que se tenha um número fixo e finito ( $< \infty$ ) de cenários, pode-se escrever o valor esperado do custo de operação e expansão do segundo estágio como uma soma finita de custos, ponderada pela probabilidade  $p(q)$

de ocorrência de cada cenário:

$$\mathbb{E}_p c_2(x^2(q), q) = \sum_q p(q) c_2(x^2(q), q), \quad (4-2)$$

onde a cardinalidade do conjunto de cenários é finita.

A técnica de planos cortantes, quando utilizada na programação estocástica, é conhecida como método *L-Shaped*, o qual é descrito por Van Slyke e Wets em [42]. Diversas variantes a respeito da metodologia de resolução dos problemas podem ser encontradas na literatura, como em [7] e [39]. A próxima seção apresenta como o problema pode ser resolvido utilizando-se uma das diversas técnicas de decomposição descritas na literatura.

Embora o método *L-Shaped* tenha sido desenvolvido em 1966 e a PDDE aplicada ao planejamento da operação energética no início da década de 90 por Pereira e Pinto em [35], somente recentemente as primeiras provas de convergência de algoritmos baseados em amostragem e decomposição por Benders foram desenvolvidas. Algumas classes de algoritmos têm a sua convergência provada em [36].

### 4.1.3

#### Resolução do Problema

Como pode ser visto no problema (4-1), algumas restrições do problema dependem apenas das variáveis de primeiro estágio, enquanto algumas delas acoplam as decisões de planejamento e operação (primeiro e segundo estágios). Os métodos de decomposição se valem, então, do desacoplamento destas variáveis para resolverem o problema, da seguinte maneira:

1. É resolvido o problema levando-se em consideração apenas as variáveis e restrições de primeiro estágio, e uma aproximação para o valor esperado de operação e expansão de segundo estágio,  $\mathbb{E}_p c_2(x^2(q), q)$ , através de uma função que dependa apenas de  $x^1$ ;
2. Resolvem-se subproblemas, denominados de problemas de segundo estágio, minimizando o custo de operação e expansão dos períodos que o compõem,  $c_2(x^2(q), q)$ , para cada cenário  $q$ , utilizando as informações de planejamento resultantes do problema do estágio anterior;

3. Constrói-se uma aproximação para o valor esperado do custo de operação do segundo estágio, a ser utilizado no problema descrito no passo (1), utilizando informações de cada um dos subproblemas;
4. Retorna-se ao passo (1).

Este pseudo-algoritmo apenas dá uma idéia geral do método de solução. Cada problema de otimização possui estruturas específicas que podem ser exploradas pelos algoritmos. Alterando-se os algoritmos em conformidade com estas características, consegue-se um melhor processo de convergência para cada problema. As alterações específicas utilizadas no presente trabalho são apresentadas a seguir, para um problema de dois estágios. Inicialmente, é visto como o valor esperado de operação/expansão do segundo estágio é considerado no problema de primeiro estágio.

O custo do segundo estágio depende das decisões de planejamento tomadas no primeiro estágio. Ao resolver-se um subproblema de segundo estágio, busca-se a minimização dos custos nos períodos envolvidos neste problema, dadas as decisões de planejamento do primeiro estágio. Pode-se, então, escrever a função de custo de segundo estágio, ou função valor, como a função  $v_2(x^1, q)$  definida na equação (4-3), dependente das variáveis de primeiro estágio,  $x^1$ , e do cenário  $q$ :

$$v_2(x^1, q) := \begin{cases} \min_{x^2(q)} c_2(x^2(q), q) \\ A_2 x^2(q) = b_2(q) - e(x^1). \end{cases} \quad (4-3)$$

Desta forma, o problema (4-1) passa a ter a seguinte forma:

$$\begin{cases} \min_{x^1} c_1(x^1) + \mathbb{E}_p v_2(x^1, q) \\ A_1 x^1 = b_1. \end{cases} \quad (4-4)$$

Não é uma tarefa simples, desta maneira, escrever analiticamente a função  $v_2(x^1, q)$ , podendo-se aproximá-la de alguma forma. Existem diversas maneiras de se fazer isto; a opção utilizada pelo modelo NEWAVE é a de se usar hiperplanos suportes, também denominados de cortes de Benders, construídos através do método dos planos cortantes – decomposição de Benders, [6], como é mais bem detalhado na seção 4.3.1. Este método se mostra matematicamente coerente, e geralmente eficiente, caso a função que se deseja aproximar seja convexa.

Em um primeiro momento, esta aproximação iterativa da função através dos cortes de Benders é apresentada para um função  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ . Posteriormente, prova-se que a função  $\mathbb{E}_p v_2(x^1, q)$  no problema (4-4) é convexa, o que viabiliza a utilização do método de Benders no problema considerado.

O método é mais fácil de ser entendido ao exemplificá-lo através de uma função convexa  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , da forma apresentada na figura 4.1:

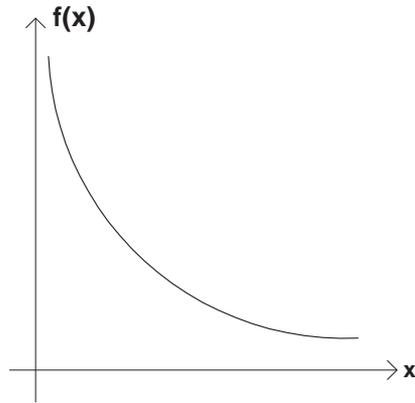


Figura 4.1: Função convexa  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

Caso não seja possível determinar a expressão analítica desta função, tal como ocorre com  $v_2(\cdot)$ , mas sim o valor da mesma em alguns pontos e o gradiente<sup>1</sup> nestes pontos, pode-se aproximá-la através do máximo de funções afins, conforme mostra a figura 4.2. Seja  $\tilde{f}$  esta aproximação. Desta forma, ela é definida como:

$$\tilde{f}(x) := \max_{k \leq \kappa} \left\{ f(x_k) + \nabla f(x_k)^\top (x - x_k) \right\}, \quad (4-5)$$

onde  $\kappa$  é o número de funções afins, ou cortes. Conforme este número aumenta, calculando-se o valor da função  $f$  em diferentes pontos  $x_k$  do domínio, a aproximação de  $f$  por  $\tilde{f}$  tende a se tornar melhor.

É importante se provar, neste momento, que a função  $\mathbb{E}_p v_2(x^1, q)$  é uma função convexa, de modo a validar a utilização dos cortes de Benders para a sua aproximação.

Como todas as possíveis realizações de segundo estágio são representadas através de um número finito de cenários, o valor esperado do custo

<sup>1</sup>Para o modelo NEWAVE, a função análoga à função  $f$  é não-diferenciável. Desta forma, não se utiliza um gradiente para a mesma, mas sim um subgradiente pertencente a seu subdiferencial [9].

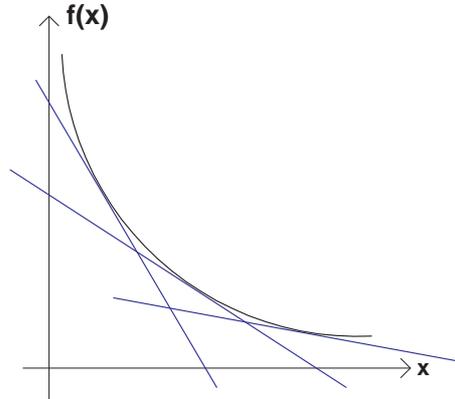


Figura 4.2: Função convexa  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  e sua aproximação  $\tilde{f}$

de segundo estágio é definido através do somatório apresentado na equação (4-2). Assim, dois resultados são necessários: as provas de que a função definida como o somatório de funções convexas ainda é convexa, e que a função  $v_2(x^1, q)$  é convexa em  $x^1$ .

**Definição 4.1 (Convexidade)** *Uma função  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  é dita convexa num conjunto  $\mathcal{C} \subset \mathbb{R}^n$ , se, para quaisquer  $x^1 \in \mathcal{C}$ ,  $x^2 \in \mathcal{C}$ , e  $\alpha \in [0, 1] \subset \mathbb{R}$ ,  $f(\alpha x^1 + (1 - \alpha)x^2) \leq \alpha f(x^1) + (1 - \alpha)f(x^2)$  em  $\mathcal{C} \subset \mathbb{R}^n$ .*

**Lema 4.1 (Convexidade na Soma de Funções Convexas)** *Sejam  $n$  funções  $f_1, f_2, \dots, f_n$ , convexas em  $\mathcal{C} \subset \mathbb{R}^n$  definidas como  $f_i : \mathcal{C} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $i = 1, \dots, n$ . Então, a função  $g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ , definida por  $g(x) = f_1(x) + \dots + f_n(x)$ , é convexa.*

*Prova.* Sejam  $x^1 \in \mathcal{C}$ ,  $x^2 \in \mathcal{C}$ , e  $\alpha \in [0, 1] \subset \mathbb{R}$ . Como as funções  $f_1(\cdot), f_2(\cdot), \dots, f_n(\cdot)$  são convexas, pode-se escrever:

$$\begin{aligned} f_1(\alpha x^1 + (1 - \alpha)x^2) &\leq \alpha f_1(x^1) + (1 - \alpha)f_1(x^2) \\ f_2(\alpha x^1 + (1 - \alpha)x^2) &\leq \alpha f_2(x^1) + (1 - \alpha)f_2(x^2) \\ &\vdots \\ f_n(\alpha x^1 + (1 - \alpha)x^2) &\leq \alpha f_n(x^1) + (1 - \alpha)f_n(x^2). \end{aligned}$$

Desta maneira, tem-se:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n f_i(\alpha x^1 + (1 - \alpha)x^2) &\leq \alpha \sum_{i=1}^n f_i(x^1) + (1 - \alpha) \sum_{i=1}^n f_i(x^2) \Rightarrow \\ g(\alpha x^1 + (1 - \alpha)x^2) &\leq \alpha g(x^1) + (1 - \alpha)g(x^2). \end{aligned}$$

■

Desta forma, utilizando-se o resultado do lema 4.1, basta provar que a função valor  $v_2(\cdot)$ , para um cenário  $q$ ,  $v_2(\cdot, q)$  é convexa em relação a  $x^1$ . Sendo assim, o somatório da mesma para todos os cenários, ponderadas pelas respectivas probabilidades, resulta em uma função convexa, já que as probabilidades  $p(q)$  são não-negativas para todo cenário  $q$ . Este é um resultado clássico da programação não-diferenciável, encontrado, por exemplo, em [33] para um acoplamento linear entre os períodos. Antes da apresentação do teorema, algumas definições são necessárias, [15]:

**Definição 4.2 (Seqüências Críticas)** *Uma seqüência  $\{x^k\} \subset \mathbb{R}^n$  é dita crítica em relação ao conjunto  $\mathcal{D} \subset \mathbb{R}^n$ , se  $\{x^k\} \subset \mathcal{D}$  e  $\|x^k\| \rightarrow \infty$  ou  $\{x^k\} \rightarrow x \in cl\mathcal{D}/\mathcal{D}$ , ( $k \rightarrow \infty$ ).*

**Definição 4.3 (Funções Coercivas)** *Diz-se que uma função  $f : \mathcal{D} \rightarrow \mathbb{R}$  é coerciva no conjunto  $\mathcal{D} \subset \mathbb{R}^n$ , quando, para toda seqüência  $\{x^k\}$  crítica em relação a  $\mathcal{D}$ , tem-se  $\limsup_{k \rightarrow \infty} f(x^k) = +\infty$ .*

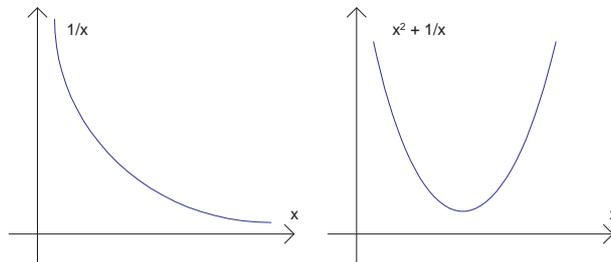


Figura 4.3: Exemplos de Funções Coercivas

A figura 4.3 apresenta exemplos de funções coercivas retirados de [15]. A função  $f(x) = 1/x$  não é coerciva em  $(0, +\infty]$ , mas é coerciva em  $(0, t]$  para  $t > 0$  fixo qualquer. A função  $f(x) = x^2 + 1/x$  é coerciva em  $(0, +\infty]$ .

A função valor utilizada no modelo NEWAVE é não-diferenciável. Desta forma, não é possível se escrever uma expressão analítica fechada para o seu gradiente. Assim, o conceito do subgradiente é necessário, em substituição ao gradiente. Este conceito é apresentado a seguir, na definição 4.4 e é utilizado para a construção dos cortes de Benders.

**Definição 4.4 (Subdiferencial)** *Seja  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  uma função convexa. Diz-se que  $y \in \mathbb{R}^n$  é um subgradiente de  $f$  no ponto  $x \in \mathbb{R}^n$  se:*

$$f(z) \geq f(x) + \langle y, z - x \rangle, \forall z \in \mathbb{R}^n.$$

O conjunto de todos os subgradientes de  $f$  em  $x$  se chama o subdiferencial de  $f$  em  $x$  e é denotado por  $\partial f(x)$ .

No teorema 4.2 é apresentada uma fórmula para um subdiferencial para a função valor, utilizado pelo modelo NEWAVE no cálculo dos cortes de Benders, além da prova da convexidade desta função.

**Teorema 4.2 (Convexidade da Função Valor)** *Sejam  $c_2 : \mathbb{R}^{n_2} \rightarrow \mathbb{R}$  uma função de custo convexa e coerciva,  $x^1 \in \mathbb{R}^{n_1}$  um parâmetro dado,  $A_2 \in \mathbb{R}^{m_2 \times n_2}$  uma matriz de restrições,  $b_2 \in \mathbb{R}^{m_2}$  o vetor de recursos, e a função  $e : \mathbb{R}^{n_1} \rightarrow \mathbb{R}^{m_2}$  composta por  $m_2$  funções  $e_j : \mathbb{R}^{n_1} \rightarrow \mathbb{R}$  côncavas ou convexas. Além disto, seja a função  $v_2(x^1)$  definida por:*

$$v_2(x^1) := \begin{cases} \min_{x^2} & c_2(x^2) \\ \text{s.a.} & A_2 x^2 = b_2 - e(x^1), \end{cases} \quad (4-6)$$

então

- se  $A_2$  tem posto completo, então o conjunto viável de (4-6) é não-vazio,  $\mathcal{V}_2(x^1) \neq \emptyset$ , para todo  $x^1$ ; e
- se  $\lambda^*(x^1) \in \mathbb{R}^{m_2}$  denota um multiplicador de Lagrange ótimo associado à restrição  $A_2 x^2 = b_2 - e(x^1)$  no ponto ótimo  $x^{2*}$ , com coordenadas não-negativas (resp. não-positivas) para as restrições convexas (resp. côncavas), então  $v_2(x^1)$  é convexa e  $Je(x^1)^\top \lambda^*(x^1)$  é um subgradiente da função  $v_2$  no ponto  $x^1$ , ou seja,  $Je(x^1)^\top \lambda^*(x^1) \in \partial v_2(x^1)$ , onde  $Je(x^1)$  representa a matriz Jacobiana da função  $e$  no ponto  $x^1$ .

*Prova.* Como  $A_2$  possui posto completo, o sistema linear  $A_2 x^2 = b_2 - e(x^1)$  possui solução para todo  $x^1 \in \mathbb{R}^{n_1}$ , e o conjunto viável de (4-6),  $\mathcal{V}_2(x^1)$ , é não-vazio para todo  $x^1$ . Além disto, como a função  $c_2$  é coerciva, sabe-se, pelo Teorema de Weierstrass, que a função possui um mínimo global para todo  $x^1$ , teorema A.2. Sejam este mínimo e seu correspondente dual dados pelo par  $(x^{2*}(x^1), \lambda^*(x^1)) \in \mathbb{R}^{n_2} \times \mathbb{R}^{m_2}$ .

A função Lagrangeana,  $\mathcal{L}$ , do problema (4-6) vale:

$$\mathcal{L}(x^2, \lambda) = c_2(x^2) + \lambda^\top (A_2 x^2 - b_2 + e(x^1)).$$

Pela propriedade da dualidade fraca, [15], para todo  $x^2$  pertencente ao conjunto primal viável  $\mathcal{V}_2(x^1) = \{x^2 \in \mathbb{R}^{m_2} : A_2x^2 = b_2 - e(x^1)\}$  e todo  $\lambda \in \mathbb{R}^{m_2}$ , a função dual  $\theta(\lambda) = \inf_{x^2} \mathcal{L}(x^2, \lambda)$  respeita a propriedade  $\theta(\lambda) \leq c_2(x^2)$ . Em particular, esta propriedade é válida para  $x^2 = x^{2*}(x^1)$ , resultando que  $v_2(x^1) = c_2(x^{2*}(x^1)) \geq \theta(\lambda)$ , ou seja:

$$\begin{aligned} v_2(x^1) &\geq \inf_{x^2} \{c_2(x^2) + \lambda^\top (A_2x^2 - b_2 + e(x^1))\} \\ &= \inf_{x^2} \{c_2(x^2) + \lambda^\top (A_2x^2 - b_2 + e(x^1))\} + \lambda^\top (e(\bar{x}^1) - e(\bar{x}^1)), \end{aligned} \quad (4-7)$$

para todo  $\bar{x}^1 \in \mathbb{R}^{n_1}$ .

Como o ínfimo não depende de  $x^1$ , pode-se escrever que

$$v_2(x^1) \geq \inf_{x^2} \left\{ c_2(x^2) + \lambda^\top (A_2x^2 - b_2 + e(\bar{x}^1)) \right\} + \lambda^\top (e(x^1) - e(\bar{x}^1)), \quad (4-8)$$

para todo  $\lambda \in \mathbb{R}^{m_2}$ . Tomando-se  $\lambda = \lambda^*(\bar{x}^1)$ , o multiplicador de Lagrange ótimo para o problema  $v_2(\bar{x}^1)$ , a equação (4-8) se torna:

$$\begin{aligned} v_2(x^1) &\geq \inf_{x^2} \left\{ c_2(x^2) + \lambda^{*\top}(\bar{x}^1) (A_2x^2 - b_2 + e(\bar{x}^1)) \right\} + \lambda^{*\top}(\bar{x}^1) (e(x^1) - e(\bar{x}^1)) \\ &= v_2(\bar{x}^1) + \lambda^{*\top}(\bar{x}^1) (e(x^1) - e(\bar{x}^1)), \\ &= v_2(\bar{x}^1) + \sum_{j=1}^{m_2} \lambda_j^*(\bar{x}^1) (e_j(x^1) - e_j(\bar{x}^1)). \end{aligned}$$

Caso a função  $e_j(\cdot)$  seja convexa, a seguinte relação é válida:

$$\begin{aligned} e_j(x^1) &\geq e_j(\bar{x}^1) + J e_j(\bar{x}^1) (x^1 - \bar{x}^1), \\ e_j(x^1) - e_j(\bar{x}^1) &\geq J e_j(\bar{x}^1) (x^1 - \bar{x}^1). \end{aligned} \quad (4-9)$$

Por outro lado, caso a função  $e_j(\cdot)$  seja côncava, a seguinte relação é válida:

$$\begin{aligned} e_j(x^1) &\leq e_j(\bar{x}^1) + J e_j(\bar{x}^1) (x^1 - \bar{x}^1), \\ e_j(x^1) - e_j(\bar{x}^1) &\leq J e_j(\bar{x}^1) (x^1 - \bar{x}^1). \end{aligned} \quad (4-10)$$

Como as coordenadas de  $\lambda^*(\bar{x}^1)$  associadas a restrições  $e_j(\cdot)$  convexas são não-negativas, e as associadas a restrições  $e_j(\cdot)$  côncavas são não-positivas, a equação (4-8) se torna:

$$\begin{aligned} v_2(x^1) &\geq v_2(\bar{x}^1) + \sum_{j=1}^{m_2} \lambda_j^*(\bar{x}^1) J e_j(\bar{x}^1) (x^1 - \bar{x}^1), \\ &= v_2(\bar{x}^1) + \lambda^{*\top}(\bar{x}^1) J e(\bar{x}^1) (x^1 - \bar{x}^1). \end{aligned}$$

provando que  $J e(\bar{x}^1)^\top \lambda^*(\bar{x}^1)$  é um subgradiente de  $v_2$  no ponto  $\bar{x}^1$ .

Para se provar a convexidade de  $v_2$ , usando novamente a propriedade da dualidade fraca, pode-se escrever:

$$\begin{aligned} v_2(x_1^1) &\geq \inf_{x^2} \{c_2(x^2) + \lambda^\top (A_2 x^2 - b_2 + e(x_1^1))\}, \\ v_2(x_2^1) &\geq \inf_{x^2} \{c_2(x^2) + \lambda^\top (A_2 x^2 - b_2 + e(x_2^1))\}. \end{aligned} \quad (4-11)$$

Seja então o escalar  $\alpha \in [0, 1]$ , tal que  $\tilde{x} = \alpha x_1^1 + (1 - \alpha)x_2^1$ . Prémultiplicando as inequações de (4-11) por  $\alpha$  e  $(1 - \alpha)$  respectivamente e retirando-se do ínfimo os termos independentes da variável  $x^2$ :

$$\begin{aligned} \alpha v_2(x_1^1) &\geq \alpha \inf_{x^2} \{c_2(x^2) + \lambda^\top A_2 x^2\} + \alpha \lambda^\top (-b_2 + e(x_1^1)), \\ (1 - \alpha)v_2(x_2^1) &\geq (1 - \alpha) \inf_{x^2} \{c_2(x^2) + \lambda^\top A_2 x^2\} + (1 - \alpha)\lambda^\top (-b_2 + e(x_2^1)). \end{aligned}$$

Como os conjuntos de definição dos ínfimos são os mesmos, somando-se as duas desigualdades tem-se:

$$\begin{aligned} \alpha v_2(x_1^1) + (1 - \alpha)v_2(x_2^1) &\geq \inf_{x^2} \{c_2(x^2) + \lambda^\top A_2 x^2\} - \\ &\quad \lambda^\top b_2 + \lambda^\top (\alpha e(x_1^1) + (1 - \alpha)e(x_2^1)) \\ &= \inf_{x^2} \{c_2(x^2) + \lambda^\top A_2 x^2\} - \\ &\quad \lambda^\top b_2 + \sum_{j=1}^{m_2} \lambda_j (\alpha e_j(x_1^1) + (1 - \alpha)e_j(x_2^1)). \end{aligned} \quad (4-12)$$

A relação (4-12) é válida para todo  $\lambda$ , inclusive para  $\lambda^*(\tilde{x})$ , um multiplicador de Lagrange ótimo para o problema (4-6) escrito com  $x^1 = \tilde{x}$ :

$$\begin{aligned} \alpha v_2(x_1^1) + (1 - \alpha)v_2(x_2^1) &\geq \inf_{x^2} \{c_2(x^2) + \lambda^*(\tilde{x})^\top A_2 x^2\} - \\ &\quad \lambda^*(\tilde{x})^\top b_2 + \\ &\quad \sum_{j=1}^{m_2} \lambda_j^*(\tilde{x}) (\alpha e_j(x_1^1) + (1 - \alpha)e_j(x_2^1)). \end{aligned} \quad (4-13)$$

Caso a função  $e_j(\cdot)$  seja convexa, a seguinte relação é válida:

$$e_j(\alpha x_1^1 + (1 - \alpha)x_2^1) \leq \alpha e_j(x_1^1) + (1 - \alpha)e_j(x_2^1).$$

Por outro lado, caso a função  $e_j(\cdot)$  seja côncava, a seguinte relação é válida:

$$e_j(\alpha x_1^1 + (1 - \alpha)x_2^1) \geq \alpha e_j(x_1^1) + (1 - \alpha)e_j(x_2^1).$$

Como as coordenadas de  $\lambda^*(\tilde{x})$  associadas a restrições  $e_j(\cdot)$  convexas são não-negativas, e as associadas a restrições  $e_j(\cdot)$  côncavas são não-positivas, então, a equação (4-13) se torna:

$$\begin{aligned}
 \alpha v_2(x_1^1) + (1 - \alpha)v_2(x_2^1) &\geq \inf_{x^2} \left\{ c_2(x^2) + \lambda^*(\tilde{x})^\top A_2 x^2 \right\} - \\
 &\quad \lambda^*(\tilde{x})^\top b_2 + \\
 &\quad \sum_{j=1}^{m_2} \lambda_j^*(\tilde{x}) (\alpha e_j(x_1^1) + (1 - \alpha)e_j(x_2^1)) \\
 &\geq \inf_{x^2} \left\{ c_2(x^2) + \lambda^*(\tilde{x})^\top A_2 x^2 \right\} - \\
 &\quad \lambda^*(\tilde{x})^\top b_2 + \lambda^*(\tilde{x})^\top e(\alpha x_1^1 + (1 - \alpha)x_2^1) \\
 &= \inf_{x^2} \left\{ c_2(x^2) + \lambda^*(\tilde{x})^\top (A_2 x^2 - b_2 + e(\tilde{x})) \right\} \\
 &= v_2(\tilde{x}),
 \end{aligned}$$

como se queria provar. ■

Desta forma, o valor esperado do custo de segundo estágio (função valor) pode ser aproximado por hiperplanos suporte, como na teoria de Benders. De fato, esta é a maneira utilizada pelo modelo NEWAVE, conforme previamente comentado.

O resultado apresentado no corolário 4.3 é encontrado também em [33], e fornece o cálculo de um subgradiente para o caso linear  $e(x^1) = Ex^1$ , o qual é um caso particular do teorema 4.2.

**Corolário 4.3 (Subgradiente da Função Valor para o Caso Linear)**

*Sejam as hipóteses do teorema 4.2, porém com a função  $e(x^1)$  afim, definida como  $e(x^1) = Ex^1$ , com  $E \in \mathbb{R}^{m_2 \times n_1}$ . Então, um subgradiente para a função  $v_2$  no ponto  $x^1$  é  $E^\top \lambda^*(x^1)$ .*

*Prova.* O resultado é direto pois  $Je(x^1) = E$  neste caso. Além disto, toda função afim é côncava e convexa, não importando, neste caso, o sinal das coordenadas de  $\lambda^*(x^1)$ . ■

Com as ferramentas oferecidas, dado o problema (4-4), pode-se aproximar, o termo  $\mathbb{E}_p v_2(x^1, q)$  por um máximo de funções afins, representando os cortes gerados em iterações anteriores, utilizando-se subgradientes da função valor, da seguinte forma:

$$\mathbb{E}_p v_2(x^1, q) \approx \max_{k \leq \kappa} \left\{ \sum_q p(q) \left( v_2(x_k^1, q) + s_q^k{}^\top (x^1 - x_k^1) \right) \right\}, \quad (4-14)$$

onde  $\kappa$  é o número de hiperplanos suporte, ou cortes de Benders, e  $s_q^k$  é um subgradiente de  $v_2(\cdot, q)$  em  $x_k^1$ . Utilizando-se esta aproximação no problema (4-4), tem-se o seguinte subproblema resultante:

$$\begin{cases} \min_{x^1} c_1(x^1) + \max_{k \leq \kappa} \left\{ \sum_q p(q) \left( v_2(x_k^1, q) + s_q^{k\top} (x^1 - x_k^1) \right) \right\} \\ A_1 x^1 = b_1. \end{cases} \quad (4-15)$$

Para resolver-se este problema, substitui-se o termo de máximo na função objetivo por uma variável  $\alpha$ , resultando no seguinte subproblema de primeiro estágio:

$$\begin{cases} \min_{x^1} c_1(x^1) + \alpha \\ A_1 x^1 = b_1 \\ \alpha \geq \max_{k \leq \kappa} \left\{ \sum_q p(q) \left( v_2(x_k^1, q) + s_q^{k\top} (x^1 - x_k^1) \right) \right\}, 1 \leq k \leq \kappa. \end{cases} \quad (4-16)$$

A construção dos cortes ocorre a partir da solução dos subproblemas de segundo estágio, conforme mostra o esquema da figura 4.4.

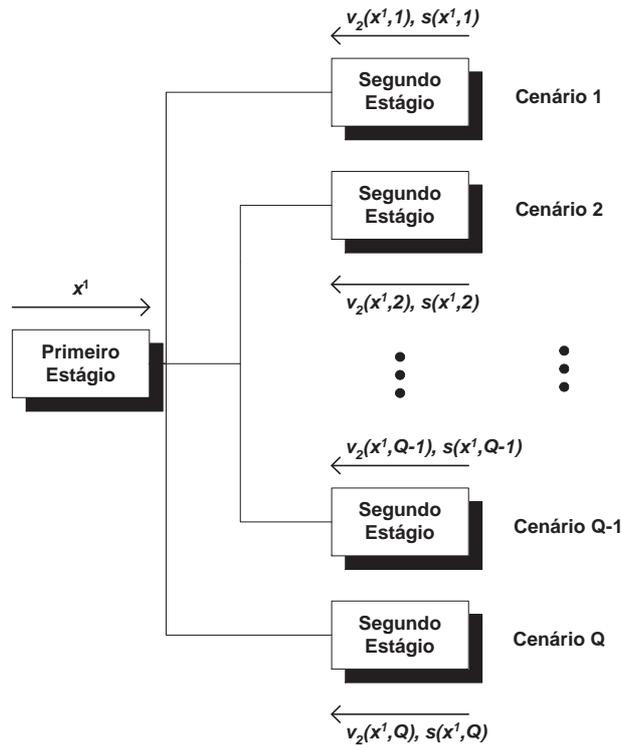


Figura 4.4: Esquema de Relacionamento Entre os Estágios

A partir das informações de planejamento do primeiro estágio,  $x_k^1$ , cada um dos subproblemas do segundo estágio é resolvido e tem como saída um custo  $v_2(x_k^1, q)$ , para  $q = 1, \dots, Q$ , e um subgradiente,  $s(x_k^1, q)$ , os quais são utilizados para a construção da aproximação da função de custo

de segundo estágio. Há algumas possibilidades na construção desta função: pode-se criar um corte para cada cenário ou um corte equivalente, ponderando os valores de custo e subgradientes pelas respectivas probabilidades, além de se poder “transportar” cortes para diferentes estágios.

No caso particular do modelo NEWAVE, tem-se funções de custo lineares, da forma  $c_2(x^2) = c_2^\top x^2$ , e conjunto viável poliedral. Neste caso, após a resolução dos  $Q$  problemas de segundo estágio, os cortes apresentados na equação (4-14) para a aproximação do valor esperado da função  $v_2(x^1)$  têm a forma apresentada da equação (4-17):

$$\begin{aligned} \alpha &\geq \sum_q p(q) \left( v_2(x_k^1, q) + s_q^{k\top} (x^1 - x_k^1) \right) = & (4-17) \\ &\sum_q p(q) \left( c_2^\top (x_{k,q}^2)^* + \lambda_{k,q}^{*\top} J_e(x_k^1) (x^1 - x_k^1) \right) = \\ &\sum_q p(q) \left( c_2^\top (x_{k,q}^2)^* - \lambda_{k,q}^{*\top} J_e(x_k^1) x_k^1 + \lambda_{k,q}^{*\top} J_e(x_k^1) x^1 \right) = \\ &\sum_q p(q) (\omega_{k,q} + \pi_{k,q}^\top x^1), \end{aligned}$$

onde  $J_e(x_k^1)$  representa a matriz Jacobiana da função  $e(\cdot)$  no ponto  $x_k^1$ , o ponto  $(x_{k,q}^2)^*$  representa a solução ótima para o problema de 2º estágio para o cenário  $q$  e  $x^1 = x_k^1$ , enquanto  $\lambda_{k,q}^*$  é o multiplicador de Lagrange das restrições  $A_2 x^2 = b_2 - e(x_k^1)$  deste mesmo problema. A notação  $\omega_{k,q} = c_2^\top (x_{k,q}^2)^* - \lambda_{k,q}^{*\top} J_e(x_k^1) x_k^1$  e  $\pi_{k,q} = J_e(x_k^1)^\top \lambda_{k,q}^*$  é adotada para simplificação da fórmula dos cortes e compatibilização com a notação utilizada nas referências do modelo NEWAVE, [25], [27], e [1].

O critério de parada para o algoritmo é a boa aproximação da função de custo de segundo estágio a partir dos cortes. Assim, ao se resolver o problema de primeiro estágio, tem-se um valor de  $\alpha$  (custo futuro) como saída do problema de otimização. Porém, o verdadeiro custo ótimo esperado de segundo estágio é a soma dos custos de cada subproblema multiplicados pelas probabilidades correspondentes.

Quando estes dois valores são iguais, salvo uma tolerância pré-fixada, o algoritmo é considerado convergido, resultando em um política de planejamento/operação que leva a um custo ótimo.

Para uma otimização estocástica, como o modelo tratado neste trabalho, normalmente é utilizado um intervalo de confiança para o custo esperado de operação, conforme é apresentado na equação (4-27).

## 4.2

### Motivação Para a Utilização da Programação Dinâmica Dual

A abordagem tradicional para a resolução do problema de planejamento da operação a médio prazo é a Programação Dinâmica Estocástica (PDE). Esta técnica necessita da discretização do espaço das variáveis de estado, representado pelos níveis de armazenamento iniciais e as energias afluentes dos meses passados. Dado este número de variáveis e a discretização desejada, o problema de determinação da operação ótima do sistema se torna rapidamente inviável do ponto de vista computacional. Como exemplo, caso se tenha 10 variáveis de estado e deseje-se 20 discretizações das mesmas, o número  $n$  de problemas a serem resolvidos pelo método é:

$$n = 20^{10} > 10^{13}.$$

Para o modelo NEWAVE, considerando-se o SIN, tipicamente existem 28 variáveis de estado. Um nível razoável de intervalos de discretização é um número em torno de 200, o que leva a um número excessivamente grande<sup>2</sup> de problemas.

Desta forma, esta limitação pode impor simplificações do tipo: não-representação explícita do intercâmbio de energia entre subsistemas e a necessidade de se modelar as energias afluentes por um modelo autorregressivo de ordem baixa, como um modelo de ordem 1 – AR(1). Estas simplificações modificam drasticamente os resultados de um modelo de planejamento da operação, já que as séries históricas de afluências do Brasil apresentam secas de longa duração, de três a cinco anos. Assim, modelos estocásticos das energias afluentes, como o AR(1), não conseguem reproduzir tais secas, fazendo com que a política de operação resultante mostre-se excessivamente otimista, em situações onde as secas de longa duração são eventos de baixa probabilidade [17].

A metodologia da Programação Dinâmica Dual Estocástica – PDDE, desenvolvida por Pereira em [34], vem de encontro à necessidade de se tratar

<sup>2</sup>De forma aproximada, tem-se que  $200^{28} \approx 2,68 \cdot 10^{64}$ .

os problemas de dimensionalidade associados à discretização do espaço de estados sem a perda da qualidade da representação do sistema. Uma breve introdução desta metodologia é apresentada a seguir.

### 4.3

#### PDDE Aplicada ao Planejamento da Operação Energética

Com o principal objetivo de se evitar a explosão combinatória decorrente de um algoritmo baseado em PDE, a PDDE se apresenta como uma alternativa viável para a determinação de uma estratégia ótima de operação a médio prazo, requisitando um esforço computacional moderado.

Esta técnica, é baseada no princípio de decomposição de Benders, [6] e programação linear, e foi inicialmente desenvolvida para o caso determinístico e posteriormente estendida para o caso estocástico em que as afluências não apresentam dependência temporal, por Pereira e Pinto em [35]. Em [24], se encontra a modelagem do problema de planejamento da operação energética a médio prazo com a utilização do modelo PAR para a geração das séries de afluência e a técnica da PDDE para a resolução do problema, como utilizado atualmente no modelo NEWAVE, isto é, ao se considerar dependência temporal nas afluências.

A apresentação desta técnica nesta seção se dá, inicialmente, com os conceitos introdutórios sobre a Programação Dinâmica Dual Determinística (PDDD).

#### 4.3.1

##### Programação Dinâmica Dual Determinística

Considere o problema de otimização (4-18), similar ao problema (4-1), porém com apenas 1 cenário de 2º estágio.

$$\begin{aligned} \min_{x_1, x_2} \quad & f(x) = c_1(x^1) + c_2(x^2) & (4-18) \\ \text{s.a.} \quad & A_1 x^1 & \geq b_1 \\ & e(x^1) + A_2 x^2 & \geq b_2, \end{aligned}$$

onde  $x_1 \in \mathbb{R}^{n_1}$ ,  $x_2 \in \mathbb{R}^{n_2}$ ,  $A_1 \in \mathbb{R}^{m_1 \times n_1}$ ,  $A_2 \in \mathbb{R}^{m_2 \times n_2}$ ,  $e : \mathbb{R}^{n_1} \rightarrow \mathbb{R}^{m_2}$ , e  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $b_1$ , e  $b_2$  são vetores de dimensões apropriadas.

O problema (4-18) pode ser interpretado como um processo de tomada de decisão/operação. Este é um processo cotidiano. Como exemplo, pode-se

pensar em  $x^1$  como uma variável que representa um investimento, restrita a  $A_1x^1 \geq b_1$ , enquanto  $x^2$  pode ser pensada como a operação, dado o investimento  $x^1$ , respeitando-se, por exemplo, restrições de atendimento de mercado, representadas por  $e(x^1) + A_2x^2 \geq b_2$ . Neste exemplo,  $c_1$  pode representar os custos de investimento, e  $c_2$  os custos de operação.

Este exemplo leva a se imaginar o problema (4-18) como um processo de tomada de decisão seqüencial de dois estágios:

- 1ºestágio: toma-se uma decisão viável,  $(x^1)^*$ , tal que  $A_1(x^1)^* \geq b_1$ ; e
- 2ºestágio: com  $(x^1)^*$  fixado, resolve-se o problema de otimização dado pelo problema (4-19).

$$\begin{aligned} \min_{x^2} \quad & c_2(x^2) \\ \text{s.a.} \quad & A_2x^2 \geq b_2 - e((x^1)^*). \end{aligned} \quad (4-19)$$

Neste caso, como  $(x^1)^*$  é conhecido (investimento), pode ser representado no lado direito do conjunto de restrições.

Esta divisão do problema em duas variáveis distintas é característica do método de Benders. Neste caso, como na técnica de decomposição por recursos [9], reescreve-se o problema (4-18) como:

$$\begin{aligned} \min_{x^1} \quad & c_1(x^1) + v_2(x^1) \\ \text{s.a.} \quad & A_1x^1 \geq b_1, \end{aligned} \quad (4-20)$$

onde a função  $v_2(x^1)$  é conhecida como função valor, ou, quando aplicada ao problema de planejamento da operação energética, como função de “custo futuro do sistema”. A definição formal desta função é apresentada em (4-21):

$$v_2(x^1) = \begin{cases} \min_{x^2} & c_2(x^2) \\ \text{s.a.} & A_2x^2 \geq b_2 - e(x^1). \end{cases} \quad (4-21)$$

Desta forma, o problema pode ser resolvido ao se discretizar o espaço das variáveis de estado e se determinar o valor de  $v_2(x^1)$  para cada um destes valores discretizados, aplicando a Programação Dinâmica

Tradicional. Porém, como foi visto, mesmo para um pequeno número de variáveis e intervalos de discretização, há uma explosão no número de problemas a serem resolvidos. Assim, é utilizada a aproximação da função  $v_2(x^1)$  apenas em alguns pontos  $x_i^1$  pertencentes ao espaço de estados viáveis.

A aproximação da função de custo futuro  $v_2(\cdot)$  em (4-20) se dá através de hiperplanos, como nos métodos de planos cortantes, descritos em [9]. A definição destes hiperplanos segue a teoria da programação não-diferenciável para a determinação de subgradientes da função  $v_2(\cdot)$ , também presentes na referência citada. Assim, o problema de primeiro estágio a ser resolvido é:

$$\begin{aligned} \min_{x^1} \quad & c(x^1) + \alpha & (4-22) \\ \text{s.a.} \quad & \begin{cases} A_1 x^1 \geq b_1 \\ \alpha \geq \bar{\omega}_i - (\bar{\lambda}_i)^T J_e(\bar{x}_i^1)[x^1 - \bar{x}_i^1], \forall i = 1, \dots, \kappa, \end{cases} \end{aligned}$$

onde  $\bar{\omega}_i \in \mathbb{R}$  representa o valor de  $v_2(\cdot)$  calculado para  $\bar{x}_i^1$ , que deve ser viável,  $\bar{\lambda}_i \in \mathbb{R}^{m_2}$  representa o vetor de multiplicadores de Lagrange das restrições do problema de segundo estágio para  $x^1 = \bar{x}_i^1$ , e  $\kappa$  é o número de hiperplanos construídos, e  $J_e(\bar{x}_i^1)$  a matriz Jacobiana da função  $e(\cdot)$  no ponto  $\bar{x}_i^1$ .

### Aplicação da PDDD a Problemas Multiestágio

A PDDD é facilmente estendida a problemas multiestágio. Considerando-se um problema com  $T$  períodos, e sendo  $k$  um contador de iterações, inicialmente resolve-se uma seqüência de subproblemas, percorrendo desde o período 1 até o período  $T$ . De cada subproblema, obtém-se o valor ótimo das variáveis,  $\bar{x}_t^k$ , onde  $t$  é o indicador de período, e o custo imediato associado a cada estágio,  $c_{1,t} \bar{x}_t^k$ . Esta etapa do algoritmo é denominada de processo *forward*.

Ao se atingir o último período, inicia-se o processo de recursão inversa, denominado de processo *backward*, do  $T$ -ésimo ao 2º período. Para cada um destes períodos, obtém-se os valores de  $\bar{\omega}_k^t$  e  $\bar{\lambda}_k^t$ , utilizando-se os valores de  $\bar{x}_k^t$  obtidos no processo *forward*. A partir destes valores, monta-se um corte de Benders para cada período, que nada mais é senão um hiperplano da forma representada em (4-22). Esta restrição é passada para o período

anterior.

O processo iterativo *forward-backward* termina, na iteração  $k$ , quando, a cada período  $t$ , o custo previsto no período  $t - 1$  para este período iguala-se ao custo efetivo encontrado,  $\overline{w}_k^t$ . Com isto, tem-se que o custo total do 1º período,  $\overline{w}_k^1$  é igual ao valor da soma composta por  $c_1^\top \overline{x}_k^1 + c_2^\top \overline{x}_k^2 + \dots + c_T^\top \overline{x}_k^T$ .

Para as funções de custo lineares, como, por exemplo,  $c_2(x^2) = c_2^\top x^2$ , é fácil ver que estas funções são trivialmente coercivas, pela não existência de seqüências críticas, nos moldes da definição 4.2, pois:

- as variáveis  $x^2$  representam grandezas físicas, como intercâmbios de energia, gerações e níveis de reservatórios, logo, são limitadas; e
- as restrições em (4-21) definem um conjunto viável  $\mathcal{D}$  fechado.

Assim, como  $\|x^2\| < \infty$  e  $cl\mathcal{D} \setminus \mathcal{D} = \emptyset$ , não há seqüências críticas para  $c_2$  no conjunto  $\mathcal{D}$ , tornando-a trivialmente coerciva.

Desta forma, como a aproximação de  $v_2(\cdot)$  é através do máximo de funções afins, e esta é convexa, resultado provado no teorema 4.2<sup>3</sup>, o valor encontrado no 1º período para o custo total de operação é menor do que a soma dos custos efetivamente encontrados em todos os períodos. Este fato pode ser verificado observando-se o custo de operação do 1º período, o que é feito a seguir.

Como resultado do problema de despacho hidrotérmico resolvido no 1º período, o valor encontrado para  $\alpha$  (custo futuro) satisfaz ao menos uma equação de corte<sup>4</sup> da forma:

$$\alpha = \overline{w}_j^1 - \overline{\lambda}_j^{1\top} Je(\overline{x}_j^1)[x^1 - \overline{x}_j^1], \quad (4-23)$$

para pelo menos um valor de  $j$ ,  $1 \leq j \leq \kappa_k$ , onde  $\kappa_k$  representa o número de cortes construídos até a iteração  $k$ .

Porém, a equação do corte representa uma aproximação linear da verdadeira função de custo futuro,  $v_2(\cdot)$ , em torno do ponto  $\overline{x}_j^1$ , onde  $v_2(\overline{x}_j^1) = \overline{w}_j^1$ , da equação (4-22) e  $\nabla v_2(\overline{x}_j^1) = Je(\overline{x}_j^1)^\top \overline{\lambda}_j^1$ . Da teoria de

<sup>3</sup>usando o fato de  $c_2$  ser coerciva neste caso

<sup>4</sup>O valor encontrado de  $\alpha$  pode satisfazer mais de uma equação de corte, caso este valor esteja em um vértice da aproximação por hiperplanos da verdadeira função de custo futuro.

Análise Convexa, para a função  $v_2(\cdot)$ , convexa, tem-se:

$$\begin{aligned} v_2(x_1^k) &\geq v_2(\bar{x}_1^j) + \nabla v_2^\top(\bar{x}_1^j)(x_1^k - \bar{x}_1^j) = \\ &\quad \bar{w}_j^\top + \bar{\lambda}_j^\top J_e(\bar{x}_1^j)(x_1^k - \bar{x}_1^j) = \\ &\quad \alpha. \end{aligned}$$

Considera-se que o processo converge quando os valores de custo de operação e de sua aproximação por cortes se igualam, salvo uma tolerância pré-fixada.

### 4.3.2 Programação Dinâmica Dual Estocástica

A extensão do algoritmo de Programação Dinâmica Dual para problemas estocásticos multiestágio segue o mesmo princípio descrito na seção 4.3.1, onde  $\alpha_{t+1}(x^t)$  é agora expresso como o valor esperado dos custos futuros da decisão  $x^t$ , tomado sobre todos os  $m$  possíveis cenários do período subsequente. Assim, a nova expressão para o corte de Benders relativo ao caso estocástico, construído na fase *backward*, em um período  $t$ , é:

$$\bar{\alpha}_t(x^{t-1}) \geq \bar{\omega}_t^* - (\bar{\lambda}_t^*)^\top J_{e_{t-1}}(x_{t-1}^*) (x_{t-1} - x_{t-1}^*), \quad (4-24)$$

onde as variáveis marcadas com uma barra superior representam a média sobre os cenários simulados para o período.

O critério de convergência utilizado no modelo NEWAVE é o de que o custo esperado total aproximado do 1º período,  $z_1$ , esteja dentro de um intervalo de confiança do valor esperado do custo dado pela soma:

$$\bar{z} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \sum_{t=1}^T c_{1,t}^\top (x^*)^t_j, \quad (4-25)$$

onde  $(x^*)^t_j$  representa o ponto de operação ótimo para o período  $t$  e cenário  $j$ , e  $c_{1,t}$  o vetor de custos de primeiro estágio para o período  $t$  – este custo é invariante em relação ao cenário.

Desta forma, um intervalo com coeficiente de confiança  $\delta$  (cujo valor usual é  $\delta = 0,95$ ) é definido, conforme a equação (4-26):

$$\mathbb{P} \left( \zeta_1 \leq \frac{\bar{z} - \mu}{\sigma/\sqrt{m}} \leq \zeta_2 \right) = \delta. \quad (4-26)$$

Normalmente, é utilizado o intervalo de menor comprimento,

definindo-se então  $\zeta_1$  e  $\zeta_2$  de forma que se tenha um intervalo simétrico em torno da média. Assim, caso o custo esperado  $z_1$  esteja no intervalo:

$$z_1 \in \left[ \bar{z} - \frac{\sigma\zeta_2}{\sqrt{m}}; \bar{z} - \frac{\sigma\zeta_1}{\sqrt{m}} \right], \quad (4-27)$$

então o processo de otimização é considerado convergido. Detalhes sobre um processo de definição de intervalos de confiança são encontrados em [8]. Além disto, em [36] são apresentadas garantias matemáticas para a convergência finita de uma classe de métodos de amostragem de cenários, sem que se assumam restrições a respeito de independência serial dos ruídos aleatórios.

## 5

### Utilização do Gás Natural na Geração de Energia Elétrica

Este capítulo apresenta, inicialmente, uma introdução sobre a utilização do GN para a geração de energia elétrica, incluindo dados sobre o consumo do mesmo, e o nível de reservas atualmente conhecidas ao redor do mundo.

Posteriormente, é exposto um panorama mundial dos contratos de gás natural firmados sob cláusulas *take-or-pay*, citando os contratos neozelandeses, colombianos e portugueses.

Finalmente, é discutida a utilização de gás natural no Brasil, além da caracterização dos contratos de fornecimento deste recurso aos produtores de energia elétrica.

#### 5.1

##### Características do GN

Tal como os demais combustíveis fósseis, o GN é uma mistura de hidrocarbonetos gasosos, originados da decomposição de matéria orgânica fossilizada. Desta forma, é uma fonte de energia não-renovável a curto prazo, sendo possível apenas a utilização imediata das reservas já existentes deste recurso. Em seu estado bruto, o GN é composto principalmente por metano, com proporções variadas de etano, propano, butano, hidrocarbonetos mais pesados e também  $\text{CO}_2$ ,  $\text{N}_2$ ,  $\text{H}_2\text{S}$ , água, ácido clorídrico, metanol e outras impurezas.

Dentre as características intrínsecas ao GN importantes, se destacam os baixos índices de emissão e de poluentes, em comparação a outros combustíveis fósseis, uma rápida dispersão em caso de vazamentos, baixos índices de odor e de contaminantes. Ainda em relação a outros combustíveis, o GN apresenta maior flexibilidade, tanto em termos de transporte como de aproveitamento.

Além de insumo básico da indústria gasoquímica, o GN tem se mostrado cada vez mais competitivo em relação a vários outros combustíveis, tanto no setor industrial como no de transporte e de geração de energia elétrica. Neste último caso, a inclusão do GN na matriz energética nacional, conjugada com a necessidade de expansão do parque gerador de energia elétrica e com o esgotamento dos melhores potenciais hidráulicos do país, tem despertado o interesse de analistas e empreendedores em ampliar o seu uso na geração termelétrica.

Conforme dito no início desta seção, o GN é um combustível fóssil, ou seja, não é renovável a curto ou médio-prazo. Assim, uma grande preocupação com este tipo de combustíveis é o valor esperado de duração das reservas existentes. No caso do GN, se o consumo e produção continuarem nos níveis do ano de 2002, as reservas têm uma duração esperada de 60 anos. Na tabela 5.1 os dados de produção, consumo e reservas mundiais são apresentados.

	Reservas		Produção		Consumo	
	$10^9 m^3$	Part.	$10^9 m^3$	Part.	$10^9 m^3$	Part.
Am. Norte	7.150	4,6%	766,00	30,3%	790,30	31,2%
Am. Sul/ Am. Central	7.080	4,5%	103,00	4,1%	98,00	3,9%
Europa/ Antiga URSS	61.040	39,2%	988,10	39,1%	1.043,80	41,2%
Oriente Médio	56.060	36,0%	235,60	9,3%	205,70	8,1%
África	11.840	7,6%	133,20	5,3%	67,40	2,7%
Ásia (Pacífico)	12.610	8,1%	301,70	11,9%	330,30	13,0%
Total	155.780	100,0%	2.527,60	100,0%	2.535,50	100,0%
Brasil	230	0,15%	9,10	0,36%	13,70	0,54%

Tabela 5.1: Reservas, Produção e Consumo de GN no mundo em 2002

### 5.1.1

#### A Utilização do Gás Natural na Geração de Energia Elétrica

A geração de energia elétrica a partir de GN é feita pela queima do gás combustível em turbinas a gás, cujo desenvolvimento é relativamente recente. Junto ao setor elétrico, o uso mais generalizado desta fonte combustível tem ocorrido somente nos últimos 15 a 20 anos. Restrições de oferta de GN, o baixo rendimento técnico das turbinas e os custos de capital re-

lativamente altos foram, durante muito tempo, as principais razões para a baixa difusão desta tecnologia no Brasil.

Nos últimos anos este quadro tem se modificado substancialmente, conforme pode-se constatar ao se observar a evolução histórica descrita na seção 5.3. Atualmente, com o esgotamento dos melhores potenciais hidráulicos do país e a construção do gasoduto Bolívia – Brasil, o GN tornou-se uma alternativa importante para a necessária expansão da capacidade de geração de energia elétrica, fazendo com que o Brasil siga uma tendência mundial.

Embora haja aspectos negativos na utilização do GN, como a extrema sensibilidade às condições climáticas (e.g. temperatura ambiente), diversas vantagens são obtidas ao se utilizar esta alternativa energética, como o prazo relativamente curto de maturação do empreendimento e a flexibilidade para o atendimento de cargas de ponta.

## 5.2

### Panorama Mundial dos Contratos com Cláusulas Take-or-Pay

#### 5.2.1

##### Caso Neozelandês

Atualmente, a geração de eletricidade através de usinas a gás está suprimindo a maior parte do crescimento da demanda em eletricidade na Nova Zelândia e já representa mais de 20% da demanda total neste país, demonstrando desta forma a importância (crescente) desta forma de geração de energia, [12].

O gerenciamento do risco de vertimento hidráulico no mercado atacadista de energia fica a cargo dos agentes negociadores de um número relativamente pequeno de empresas de geração de eletricidade. Estes agentes negociam trocas entre eles mesmos, mas o gerenciamento de reservatórios hidráulicos envolve a avaliação dos geradores hidráulicos que levam em consideração as afluências hidráulicas, demanda, restrições de transmissão e preços projetados, entre outros fatores.

Como no Brasil, os contratos de fornecimento de gás com cláusulas *take-or-pay* também são comuns na Nova Zelândia, de modo a prover um mecanismo que divida os riscos de exposição com os consumidores do gás, como as usinas termelétricas. Com esta redução, um outro aspecto positivo

ocorre, que é a criação de um ambiente financeiro onde empresas menores podem ser envolvidas em projetos maiores de gás, levando a uma maior competição no mercado. O maior repositório de gás neozelandês é o Maui Field, com cerca de 90% das reservas de gás natural deste país. Os contratos entre os fornecedores de gás e produtores de energia têm cláusulas de *take-or-pay* com duração de 30 anos – estes são contratos antigos, que findam em 2009. Neste caso, o percentual obrigatório de compra de energia é de cerca de 65 - 70%, [12].

### 5.2.2

#### Caso Colombiano

O desenvolvimento da indústria de gás natural na Colômbia é recente. Sua maciça utilização iniciou-se no meio da década de 1970. A demanda por gás natural para a geração elétrica no país está sujeita a uma grande volatilidade. Esta demanda é altamente sazonal devido à natureza do sistema de potência colombiano, o qual possui uma grande componente hidroelétrica, como no Brasil. Além disto, as vazões dos rios são substancialmente influenciadas pelo fenômeno El Niño. A ocorrência deste fenômeno acarreta em uma grande utilização térmica de maneira a compensar o decréscimo de geração hidroelétrica.

Um outro fator causador de incerteza na demanda por gás natural é o ataque de guerrilhas à infra-estrutura de transmissão, o que força geração térmica em algumas áreas sem recursos hidroelétricos.

Em relação ao mercado de eletricidade, leis criaram o Mercado de Eletricidade ao Atacado com regras de mercado dadas pelo CREG, o agente regulador criado recentemente. A geração de eletricidade na Colômbia é, em sua maioria, hidráulica, com complementação através de geração térmica a partir de gás natural e carvão. A geração térmica mínima no sistema se deve aos requisitos de confiabilidade e restrições de transmissão. Recentemente a capacidade de geração térmica foi aumentada devido a adicionais restrições no sistema de transmissão resultantes de ataques de guerrilhas.

Com uma reforma ocorrida em 1993/1994 e o Mercado de Atacado de Energia, o planejamento operativo centralizado foi alterado: hoje, a operação dos reservatórios é definida pela evolução do mercado.

Maiores informações a respeito da consideração do gás natural no mercado colombiano podem ser encontradas em [30].

### 5.2.3

#### Caso Português

Em Portugal, vigorava até há pouco um sistema baseado em contratos a longo prazo estabelecidos entre o Operador da Rede de Transporte – o qual possui funções similares ao ONS, porém tendo também a propriedade da rede de transmissão – e os proprietários das grandes centrais de geração. Estes contratos são denominados em Inglês de PPA (*Power Purchase Agreements*) e têm um sistema de pagamento baseado em dois termos:

- um deles remunera a potência declarada disponível e, de algum modo, paga o investimento na central. Esta remuneração pode ser reduzida se a confiabilidade de cada grupo for diminuída por haver pior manutenção; e
- o outro termo remunera a energia produzida e, no caso de centrais térmicas, está indexada aos preços de petróleo ou gás natural nos mercados internacionais.

Em média, os contratos tipo PPA têm duração de 30 ou 40 anos e o termo de potência corresponde a cerca de 40% da remuneração total. À medida que a central fica amortizada, o termo de energia começa a dominar. Com o aumento do preço do petróleo, esta relação se altera.

Atualmente, está em vias de implementação um mercado de eletricidade com um sistema de tipo *pool*. Com isto, acontece, atualmente, entre outras coisas, a eliminação dos PPA através da atribuição de compensações aos detentores desses contratos (*stranded costs*). Isto significa que todo o problema de gestão do sistema, que é na verdade hidrotérmico (cerca de 40% de energia por via hídrica e cerca de 50% de origem térmica, e cerca de 10% eólica, e pequenos aproveitamentos dispersos) deixará de ser tratado de forma centralizada pelo Operador da Rede de Transporte para passar a ser feito pelas empresas através das propostas de venda que estas fazem ao mercado.

O sistema em vias de implementação admite propostas de venda de eletricidade por bacia hidrográfica para permitir fazer a gestão da água e permitirá também que os geradores térmicos indiquem valores de rampas de subida ou descida de potência e um bloco mínimo de potência que, se forem despachadas pelo Operador de Mercado, terá de ser aceite.

Em relação a contratos de tipo *take-or-pay*, eles existem em relação ao fornecimento de gás natural a algumas centrais térmicas, o que tem levado a que elas sejam despachadas ainda que o custo de produção possa não ser o mais atrativo. Da mesma forma como no caso brasileiro, estes contratos visam a estabelecer um fluxo de caixa mínimo aos fornecedores deste recurso.

### 5.3

#### Histórico de Utilização de Gás Natural no Brasil

Nesta seção se encontra um breve histórico de fatos relevantes na utilização do gás natural no Brasil, [38]. É abrangido o período desde 1996, com a criação do projeto de reestruturação do setor, até os dias atuais.

##### 5.3.1

#### Projeto de Reestruturação do Setor Elétrico Brasileiro (RE-SEB)

Como parte do processo de reordenamento institucional do Setor Elétrico Brasileiro (SEB), em 1996 foi desenvolvido o Projeto de Reestruturação do Setor Elétrico Brasileiro (RE-SEB), de maneira a proporcionar o desenvolvimento futuro do setor elétrico, a partir das seguintes metas:

- assegurar o suprimento seguro e confiável de energia elétrica;
- estabelecer condições para incentivar a eficiência econômica em todos os segmentos do setor, por meio da maximização da concorrência;
- estimular o investimento no setor, reduzindo os riscos para os investidores; e
- manter a otimização operacional e assegurar a expansão hidrelétrica.

Na época do início do projeto, mais de 95% da energia era gerada por usinas hidrelétricas, muitas com capacidade de armazenamento plurianual. As usinas termelétricas operavam, principalmente, de maneira a permitir que o sistema operasse, nos anos secos, dentro de níveis de confiabilidade de suprimento desejados/regulamentados.

Porém, dentro do mapa regulatório, a geração de energia elétrica deveria ser obtida e operada de maneira competitiva e, portanto, investimentos em termelétricidade ou em outras fontes que não a hidráulica – a fonte competitiva, não seriam considerados viáveis em um ambiente de concorrência

eficaz, sem a presença de uma regulamentação econômica que tivesse efeito na diversificação da matriz elétrica nacional.

### 5.3.2

#### **Programa Prioritário de Termoeletricidade**

Menos de três anos após a conclusão do Projeto RE-SEB, foi instituído o Programa Prioritário de Termoeletricidade (PPT), visando à implantação de usinas termelétricas a GN.

Havia uma expectativa de que ocorreria um aumento da participação da fonte térmica de 5 para 20% até 2010. A instituição do PPT implicava, além do aumento da oferta de energia em um horizonte de três a quatro anos, a criação de uma significativa demanda de GN, o que promoveria o desenvolvimento do mercado de GN no Brasil, com rebatimentos no setor industrial.

Com vistas a reduzir riscos e estimular a atratividade dos investimentos em usinas termelétricas a GN, o PPT assegurava:

- suprimento de GN, pelo prazo de até vinte anos, de acordo com as regras estabelecidas pelo MME;
- limite (teto) do preço de suprimento do GN (parcela commodity), independente da origem do combustível; e
- acesso ao Programa de Apoio Financeiro a Investimentos Prioritários no Setor Elétrico do Banco Nacional de Desenvolvimento Econômico e Social (BNDES).

Tendo em vista que o modelo vigente, quando da implantação do PPT, era de competição no atacado, tornava-se fundamental criar condições para que essas térmicas pudessem competir, em um ambiente de mercado, em especial após o período de transição atrelado à duração dos contratos iniciais.

Os principais fatores que tornam a usina termelétrica a GN competitiva são a elevação do custo das usinas hidrelétricas e a redução do custo das usinas termelétricas. A redução do custo das usinas termelétricas está diretamente associada ao amadurecimento do mercado de GN no Brasil. Era importante, então, a criação de um cenário que permitisse a competição entre produtores, que viabilizasse a implantação da infra-estrutura de gasodu-

tos e que promovesse o crescimento do consumo industrial, possibilitando, desta forma, o surgimento de um mercado secundário de gás.

### 5.3.3

#### **Programa de Incentivo às Fontes Alternativas**

Com o intuito de aumentar a participação da energia elétrica produzida por centrais eólicas, PCHs e usinas termelétricas a biomassa, foi criado o Programa de Incentivo às Fontes Alternativas de Energia Elétrica (PROINFA). Parte dos recursos aplicados nesse programa advém da Conta de Desenvolvimento Energético (CDE), um encargo setorial onde todos os agentes que comercializam energia com consumidor final pagam uma determinada quota.

No que tange à termelétricidade a GN, havia embasamento legal de que uma parcela dos recursos da CDE teria destinação para a cobertura dos custos das instalações de transporte de GN a serem implantados para os Estados onde, até o final de 2002, não existisse o fornecimento de GN canalizado.

## 5.4

### **Situação Atual do Gás Natural no Brasil**

Atualmente, as usinas termelétricas a GN são responsáveis por, aproximadamente, 45% do parque térmico brasileiro instalado, o que corresponde a 10,6% da capacidade total. Porém, na maior parte dos cenários, isto não significa que 10,6% da energia gerada no país seja gerada por fontes termelétricas a GN. Em 2006, o valor médio de energia termelétrica gerada no Brasil por esta fonte foi de 4,0%. A figura 5.1 apresenta a evolução do consumo de GN no Brasil, desde 1970 até o ano de 2004, mostrando que o país acompanha a tendência mundial de um uso cada vez maior desta fonte energética.

## 5.5

### **Características dos Contratos de Fornecimento de GN no Brasil**

Devido à sua grande extensão e localização geográfica, o Brasil possui diversas bacias hidrográficas com comportamentos distintos para as aflúncias às mesmas. Unida a esta característica está a estrutura do SIN, que permite a utilização dos recursos hídricos de diferentes regiões no su-

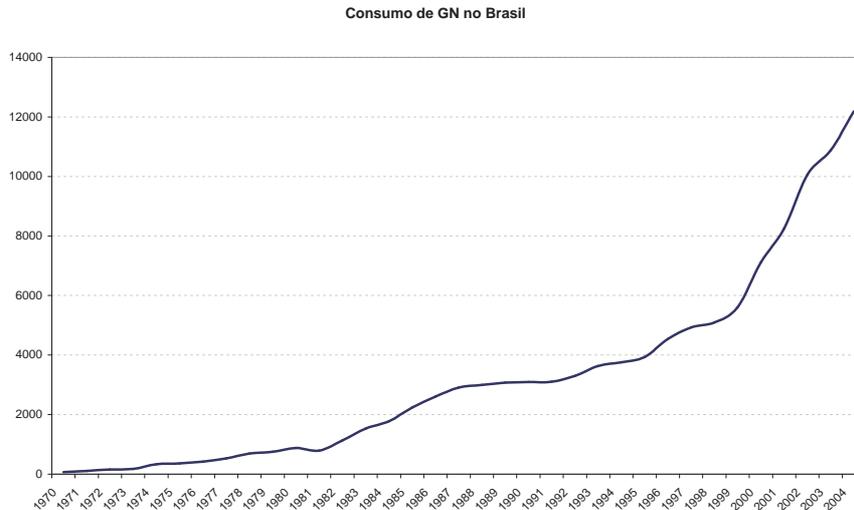


Figura 5.1: Evolução do Consumo de GN no Brasil

primento da demanda de todo o seu território, transformando o sistema em um grande parque gerador, predominantemente hidrelétrico e com uma grande capacidade de regularização. Desta forma, o despacho das usinas termelétricas no decorrer do ano é variável e sazonal, sendo altamente influenciado pelas vazões afluentes às diversas bacias hidrográficas. Associada a este despacho irregular está a baixa diversificação do mercado de GN no Brasil, o que leva a um fluxo de caixa inconstante aos produtores de gás. Por estes motivos, os contratos de fornecimento de GN possuem, usualmente, cláusulas de *take-or-pay* – ToP, [2].

Os contratos com cláusulas ToP garantem aos fornecedores de GN um fluxo de caixa mensal mínimo. Os compradores de GN, neste caso, os geradores de energia, são obrigados a efetuarem uma compra mensal mínima de gás, percentual da energia contratada para todo o período do contrato mesmo que a quantidade comprada não seja solicitada fisicamente ao fornecedor em sua totalidade em um determinado mês. Esta obrigatoriedade se chama cláusula ToP mensal. Analogamente, uma compra mínima de gás é garantida a cada ano através de uma cláusula ToP anual. Valores típicos para um contrato de fornecimento de GN praticados no Brasil são de 56 e 70% das energias mensal e anual contratadas, para as cláusulas mensal e anual de ToP, respectivamente. Caso o gerador não opte pela utilização de toda a quantidade de GN comprada no mês no qual efetuou o pagamento, a parcela excedente, paga, porém não utilizada, fica disponível pelo

fornecedor ao gerador por um prazo típico de 7 anos, desde que os limites máximos de fornecimento diário/mensal sejam respeitados.

Além das cláusulas de ToP existem cláusulas semelhantes para o transporte do combustível, chamadas de ship or pay (SoP), que se referem ao uso do gasoduto (remuneração da infra-estrutura de transporte), no caso do GN. Este custo pode ser considerado como um custo mínimo fixo para o gerador. No modelo proposto, é considerado apenas o custo de ToP, já que o custo fixo de SoP é facilmente incorporado aos custos de geração.

## 6

### Consideração dos Contratos de Fornecimento de GN no Planejamento da Operação Energética a Médio Prazo

Este capítulo apresenta a modelagem utilizada para a consideração dos contratos de fornecimento de GN com cláusulas ToP no modelo de planejamento da operação energética a médio prazo NEWAVE.

Primeiramente, são feitas considerações a respeito da inclusão desta representação, através da apresentação da comparação entre a maneira como são modeladas as usinas termelétricas no modelo NEWAVE, um modelo já encontrado na literatura, e o modelo proposto, contribuição deste trabalho.

Para a descrição da modelagem matemática, as variáveis de decisão do problema de despacho hidrotérmico para um determinado período são representadas por letras minúsculas, enquanto os valores conhecidos no início do estágio do problema considerado são escritos com letras maiúsculas.

#### 6.1

##### Revisão Bibliográfica

O modelo NEWAVE, em sua versão atual, não diferencia as usinas termelétricas por tipo de combustível. Desta forma, não há modelagens distintas para as usinas térmicas a GN, não sendo possível se representar, por exemplo, os contratos de fornecimento a GN com cláusulas ToP.

Para todas as usinas termelétricas são declarados valores mensais de “inflexibilidade”, os quais se traduzem em valores mínimos de geração em alguns meses do horizonte de planejamento, expressos mediante restrições da forma:

$$gt_w^t \geq \underline{gt}_w^t, \quad (6-1)$$

onde  $gt_w^t$  representa a geração térmica da usina  $w$  no período  $t$ , e  $\underline{gt}_w^t$  seu valor mínimo.

Como esta geração térmica “inflexível” é alocada à curva de carga prioritariamente à geração da fonte hídrica [13], sendo abatida esta parcela da demanda a ser atendida, esta modelagem leva, em alguns períodos, a vertimentos turbináveis. Isto ocorre pois, mesmo em situações de grande quantidade de energia estocada nos reservatórios e de afluições hidrológicas favoráveis, parte do mercado de energia é atendida por usinas termelétricas devido ao uso obrigatório desta forma de geração. Em contraste, caso se tivesse à disposição a flexibilidade das cláusulas ToP, seria possível se utilizar os recursos térmicos de uma melhor maneira, como, por exemplo, em períodos de baixa estocagem de energia e/ou de afluições hidrológicas desfavoráveis.

São encontrados, na literatura brasileira, alguns modelos que pretendem explorar a flexibilidade oferecida pelas cláusulas ToP dos contratos de fornecimento de gás. Desenvolvido por Mello e Ohishi, [31], tem-se o modelo de despacho integrado eletricidade-gás, que visa à maximização do retorno de operar um conjunto de termelétricas, considerando a estrutura de transporte de GN e relações físicas da mesma, como o gradiente de pressão entre nós da rede. Este modelo, porém, é aplicado à otimização da geração de uma usina termelétrica dadas as características da rede de GN, e não ao planejamento da operação energética.

Outro modelo existente, descrito em [11], utiliza um modelo auxiliar que realiza a otimização do ponto de vista da usina, segundo o esquema ilustrado na figura 6.1. Este modelo visa à maximização do lucro do gerador de energia elétrica através da otimização da declaração de inflexibilidade de geração.

Este procedimento utiliza um modelo de planejamento da operação a médio prazo, de maneira a se obter cenários de custos marginais de operação (preços *spot* de venda de energia, CMO) para o SIN. Nesta etapa, a usina em questão não é considerada na configuração. De posse destes cenários, um programa auxiliar é utilizado para calcular a declaração ótima de inflexibilidade da usina de maneira que se satisfaçam as cláusulas de ToP, manutenções, e se otimize o lucro médio esperado para a usina em questão. Este procedimento considera que a usina em questão nunca será o recurso marginal despachado nos cenários (ou, por aproximação, na maior parte destes cenários).

Neste esquema, há a necessidade de se ter um modelo gerador de

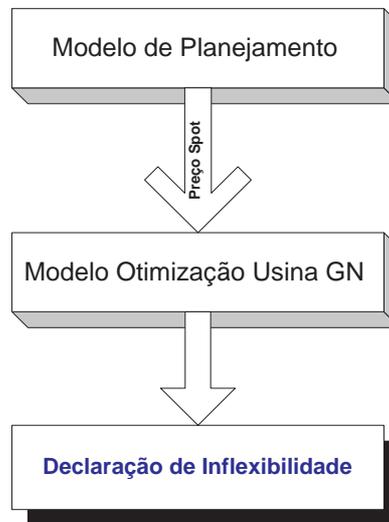


Figura 6.1: Modelo auxiliar de otimização considerando cláusulas ToP

preços de venda de energia (por exemplo, modelo NEWAVE). Além disto, sua característica principal é a de visar a um máximo retorno esperado ao proprietário de uma determinada usina termelétrica, e não buscar o menor custo esperado de operação do sistema. Adicionalmente, a política de operação utilizada (função de custo futuro) e os próprios cenários de CMO são produzidos *a priori*, sem considerar a usina em estudo. Todavia, o montante de energia disponibilizado para geração por esta usina, bem como o custo de operação e os níveis de inflexibilidade da mesma poderiam afetar significativamente a política de operação resultante e, por conseqüência, os preços de venda de energia.

## 6.2 Modelo Proposto

Como já foi mencionado, o modelo proposto visa a incluir as cláusulas de ToP dos contratos de fornecimento de GN diretamente no modelo de planejamento da operação a médio prazo, de maneira a se aproveitar a flexibilidade na compra/decisão de uso do gás na busca por um menor custo esperado de operação do sistema como um todo, e não apenas de um operador individual.

Desta forma, são substituídas as restrições da forma da equação (6-1) de geração térmica mínima para as usinas termelétricas a GN por restrições que representam o contrato entre gerador e fornecedor do recurso. Assim,

de posse das cláusulas dos contratos, o modelo decide sobre as quantidades de GN a se comprar e usar mensalmente, para cada gerador.

### 6.2.1

#### Formulação Matemática

A modelagem proposta utiliza “reservatórios” térmicos, em analogia aos reservatórios equivalentes de energia hidráulica, já utilizados no modelo NEWAVE para controlar a evolução de duas variáveis: GN comprado e GN efetivamente usado na geração de energia. Diferentemente do caso hidráulico, porém, são utilizados 2 “reservatórios” térmicos para se modelar o contrato com cláusulas ToP para cada usina termelétrica a GN. A função destes reservatórios é levar, através de cortes, a informação, período a período, relativa à quantidade de gás disponível para a usina e a quantidade de gás contratada inicialmente, porém ainda não comprada por parte do gerador de energia. Desta forma, pode-se garantir que as compras mínimas mensal e anual de gás sejam satisfeitas. Os reservatórios utilizados na modelagem são:

- reservatório ETD: GN comprado porém ainda não utilizado (energia disponível para a usina); e
- reservatório ETC: GN contratado inicialmente e ainda não comprado.

A evolução do nível de cada um destes reservatórios no tempo (períodos/meses) se dá através do balanço dos níveis dos reservatórios de acordo com a quantidade de gás (energia) comprado e efetivamente utilizado na geração, criando a necessidade de se ter estas duas novas variáveis de estado para cada usina térmica a GN com contratos com cláusulas ToP e para cada estágio de tempo.

O relacionamento entre as usinas e os reservatórios pode ser visto através do diagrama apresentado na figura 6.2.

A partir da observação do diagrama esquemático de relacionamento entre os reservatórios térmicos e a usina térmica, pode-se escrever a equação de controle dos níveis finais dos reservatórios. Chamando de  $gt_w^t$  a quantidade de energia gerada pela usina térmica  $w$  no período  $t$ , e  $et_w^t$  a quantidade de energia comprada por esta mesma usina térmica no mesmo período (em analogia à energia afluyente aos reservatórios hidráulicos), se  $etd^{t-1}$  é o nível inicial do reservatório de Energia Térmica Disponível, então

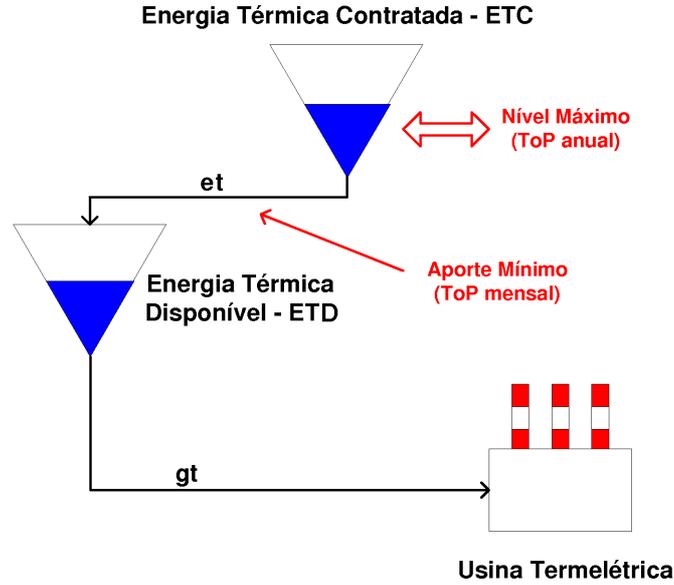


Figura 6.2: Relacionamento Entre Usina e Reservatórios Térmicos

seu nível final,  $etd^t$ , é:

$$etd^t = etd^{t-1} + et_w^t - gt_w^t. \quad (6-2)$$

Da mesma maneira, se  $etc^{t-1}$  é o nível inicial do reservatório de Energia Térmica Comprada no período  $t$ , então, após uma compra de energia mensal de  $et_w^t$ , seu nível final,  $etc^t$ , é:

$$etc^t = etc^{t-1} - et_w^t. \quad (6-3)$$

É fácil notar que o ToP mensal pode ser representado facilmente através de um valor mínimo de compra de energia, ou seja, através de uma transferência mensal mínima de energia do reservatório ETC para o reservatório ETD, como representado pela restrição:

$$et_w^t \geq \frac{\gamma_{mes}}{100} EC_{mes}, \quad (6-4)$$

onde  $\gamma_{mes}$  Mensal representa a porcentagem mínima de compra mensal de energia e  $EC_{mes}$  a energia contratada mensalmente – energia contratada anual rateada pelos meses no qual o contrato é válido no ano em questão. Conforme descrito na seção 5.5, este coeficiente tipicamente vale  $\gamma_{mes} = 56$ .

A representação do ToP anual, no entanto, não é encontrada de forma tão direta. Para entender a sua modelagem, se faz necessário explicar melhor o gerenciamento do reservatório ETC. Como há um controle mensal

sobre a compra de energia contratada, neste trabalho divide-se a energia total contratada pelos anos de duração do contrato, de modo a se encontrar a energia contratada por ano. Caso o primeiro (último) ano de contrato não se inicie (termine) no primeiro (último) mês do ano, a energia contratada para este ano é equivalente ao número de meses nos quais a usina possui um contrato de fornecimento de gás ativo.

Dada a energia contratada para um determinado ano, representada por  $EC_{ano}$ , o modelo automaticamente faz o nível inicial do reservatório ETC igual a  $EC_{ano}$  no primeiro mês de contrato válido do ano,  $t_0$ . Desta forma, caso o contrato termine no período  $\tau$  deste ano, o reservatório deve sofrer um deplecionamento mínimo de  $\gamma_{ano}\%$  até o período  $\tau$ , onde  $\gamma_{ano}$  é a parcela de ToP anual, usualmente de valor  $\gamma_{ano} = 70$ . Assim, para o período  $\tau$  deve-se ter a seguinte restrição de nível máximo do reservatório ETC:

$$etc^\tau \leq \left(1 - \frac{\gamma_{ano}}{100}\right) EC_{ano}, \quad (6-5)$$

o que garante o deplecionamento mínimo citado anteriormente.

Entretanto, como o modelo NEWAVE utiliza a técnica de Programação Dinâmica Dual Estocástica para o cálculo da política ótima de operação, há uma resolução encaixada dos problemas a cada período. Com esta desagregação temporal, deve-se garantir, a cada período, que a operação do mesmo não cause inviabilidades na operação dos períodos seguintes. Assim, para um período  $t$ , intermediário no ano,  $t_0 \leq t \leq \tau$ , deve-se garantir que se possa nos  $(\tau - t)$  períodos restantes deplecionar suficientemente o nível do reservatório ETC de modo que a equação (6-5) seja válida para  $t = \tau$ . Como tem-se um limite de fornecimento mensal de GN,  $et^{max}$ , dado pelo fornecedor do recurso, a restrição utilizada para o nível máximo do reservatório ETC em um período  $t$  com contrato deve levar em consideração esta restrição, tornando-se:

$$etc^t \leq \left(1 - \frac{\gamma_{ano}}{100}\right) EC_{ano} + (\tau - t) et^{max}. \quad (6-6)$$

Porém, há ainda uma outra garantia de viabilidade que deve ser satisfeita. A compra de GN em um período  $t$  do ano não deve ser grande o suficiente de forma que torne inviável a compra mínima (ToP mensal) de GN nos períodos restantes de validade do contrato no ano.

Esta restrição existe, na verdade, para simular as reais necessidades dos fornecedores de GN. Embora a situação descrita reflita o cenário onde

um montante de energia superior ao mínimo definido pelas cláusulas anuais de ToP do contrato já tenha sido comprado em períodos anteriores ao fim do mesmo, há a necessidade de se ter uma compra mínima de GN mensal nos meses restantes. Isto se deve a questões operacionais, normalmente associadas à produção de líquidos no processo de extração do GN, como no caso do gás boliviano.

Assim, para um período  $t$ , tal que  $t_0 \leq t \leq \tau$ , deve-se garantir a compra mínima de GN para os  $(\tau - t)$  períodos restantes. Desta forma, o nível mínimo do reservatório ETC ao final do período  $t$  deve ser:

$$etc^t \geq (\tau - t) \frac{\gamma_{mes}}{100} EC_{mes}. \quad (6-7)$$

É válido notar que, para  $t = \tau$ , as equações (6-6) e (6-7) refletem o valor esperado para o nível de ETC em um período de fim de validade do contrato em um determinado ano:

$$0 \leq etc^\tau \leq \left(1 - \frac{\gamma_{ano}}{100}\right) EC_{ano}. \quad (6-8)$$

### 6.3

#### Exemplo de Impacto da Modelagem

Nesta seção é apresentado um exemplo de operação de sistema com a consideração das cláusulas ToP. Ao fim do exemplo, pode ser constatada a possibilidade de haver um menor custo total de operação para o sistema. Vale ressaltar que, caso o modelo decida comprar/utilizar, em todos os períodos, a energia outrora declarada como inflexibilidade da usina, tem-se o mesmo custo de operação para os casos com e sem consideração das cláusulas ToP. Desta forma, para um caso determinístico, sempre tem-se um custo de operação final menor ou igual se utilizada a modelagem proposta neste trabalho.

#### 6.3.1

##### Características do Problema

O problema tratado nesta seção tem as seguintes características:

- 1 usina térmica;
- 1 usina hidráulica;
- 3 períodos; e

- afluência determinística.

Para as usinas em questão (termelétrica e hidrelétrica), os seguintes dados são relevantes:

$$\begin{cases} \overline{gt} = 50\text{MWmês} \\ \underline{gt} = 20\text{MWmês} \\ c_T = \$10/\text{MWmês}, \\ \overline{gh} = 50\text{MWmês} \\ \overline{ea} = 50\text{MWmês} \\ ea^0 = 40\text{MWmês}, \end{cases}$$

onde  $\overline{gt}$  e  $\underline{gt}$  representam as gerações máxima e mínima da usina térmica e  $c_T$  é seu custo unitário de geração, e  $\overline{gh}$  representa a geração hidráulica máxima,  $\overline{ea}$  a energia armazenável máxima, e  $ea^0$  a energia armazenada inicial da usina hidrelétrica.

Além disto, a tabela 6.1 apresenta os valores de afluência energética e mercado a ser atendido pelo sistema nos 3 meses de planejamento.

	1º mês	2º mês	3º mês
$ea^t$	60	10	10
$D^t$	50	70	80

Tabela 6.1: Valores de Afluências e Mercado

O custo de déficit considerado para o problema é de \$50/MWmês.

Este exemplo foi criado para que um determinado comportamento do sistema seja provável de ocorrer:

- no 1º período há vertimento, devido à geração térmica mínima;
- no 2º período há uma baixa afluência, o que implica em pouca água para o 3º período; e
- no 3º período, que também conta com baixa afluência, o sistema decide por geração térmica ou déficit de energia.

Este comportamento permite uma análise das vantagens na consideração das cláusulas ToP no planejamento, já que a energia comprada no 1º período não necessariamente é utilizada neste período, mas no 3º, onde há baixa afluência e baixa energia armazenada no reservatório.

### 6.3.2

#### Modelagem do Problema

Como este é um exemplo com pouco nível de detalhamento na modelagem e pequeno porte, apenas parte da modelagem do problema apresentado no capítulo 3 é utilizada. O custo de operação,  $z$ , neste caso, é dado somente pelo somatório de custos de geração térmica, déficit e custo futuro, sendo, então, da forma:

$$z = c_T^\top gt^t + c_D^\top ed^t + \alpha, \quad (6-9)$$

onde  $gt^t$ ,  $ed^t$ , e  $\alpha$  representam a geração térmica, déficit de energia e custo futuro, no período  $t$ , respectivamente.

Como não há intercâmbios de energia, a restrição de atendimento à demanda para cada período é da forma:

$$gh^t + gt^t + ed^t = D^t, \quad (6-10)$$

onde  $gh^t$  representa a geração hidráulica total no período  $t$ .

A restrição de balanço hídrico, ou conservação de água, é dada por:

$$ea^t = ea^{t-1} + ea^t - gh^t, \quad (6-11)$$

onde  $ea^{t-1}$  é o nível inicial do reservatório para o período  $t$ , que equivale ao nível final do reservatório no período  $t - 1$ .

Desta forma, para cada período do horizonte de planejamento deste exemplo, o problema a ser resolvido é:

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_{gt^t, gh^t, ed^t, ea^t} c_T^\top gt^t + c_D^\top ed^t + \alpha \\ gh^t + gt^t + ed^t = D^t \\ ea^t = ea^{t-1} + ea^t - gh^t \\ \alpha \geq \omega_i + \pi_i (ea^t - ea_i^{t*}). \end{array} \right. \quad (6-12)$$

### 6.3.3

#### Processo Iterativo

Conforme descrito na seção 4.3.1, o processo iterativo para a otimização determinística se inicia com uma fase *forward*, de modo que se tenham níveis de armazenamento para os quais são calculados os cortes na fase recursiva – *backward*.

### Simulação Forward – Período 1

A energia armazenada inicial neste período é um dado de entrada do problema, diferentemente dos períodos seguintes, onde a energia armazenada inicial equivale à energia armazenada final do período imediatamente anterior. Desta forma, para o 1º período:

$$\begin{cases} ea^0 = 50\text{MWmês} \\ eaf^1 = 20\text{MWmês}, \end{cases}$$

o que significa que o sistema possui 100 MWmês disponíveis para a geração hidrelétrica. Porém, como  $gt = 20\text{MWmês}$ , e o mercado a ser atendido é de  $D^1 = 50\text{MWmês}$ , a operação resultante é:

$$\begin{cases} gt^1 = 20\text{MWmês} \\ gh^1 = 30\text{MWmês} \\ ev^1 = 20\text{MWmês} \\ ea^1 = 50\text{MWmês} \\ z^1 = \$200. \end{cases}$$

### Simulação Forward – Período 2

Conforme as equações de balanço hídrico impõem, a energia armazenada inicial do período 2 equivale à energia armazenada final do período 1. Assim, as variáveis de estado para este período valem:

$$\begin{cases} ea^1 = 50\text{MWmês} \\ eaf^2 = 20\text{MWmês}. \end{cases}$$

Resolvendo-se o problema (6-12), tem-se o resultado:

$$\begin{cases} gt^2 = 20\text{MWmês} \\ gh^2 = 50\text{MWmês} \\ ev^2 = 0\text{MWmês} \\ ea^2 = 10\text{MWmês} \\ z^2 = \$200. \end{cases}$$

Terminada a simulação *forward*, inicia-se a recursão *backward*, de modo a se construir a função de custo futuro para o problema.

### Simulação Backward – Período 3

A fase *backward* se inicia com a operação do 3º período. O valor de energia armazenada inicial, neste caso, vem da fase *forward*. Assim:

$$\begin{cases} ea^2 = 10\text{MWmês} \\ eaf^3 = 10\text{MWmês}. \end{cases}$$

Desta forma, só há 20MWmês disponíveis para a geração hidráulica.

Como o mercado a ser suprido é de 80MWmês, há déficit neste período:

$$\begin{cases} gt^3 = 50\text{MWmês} \\ gh^3 = 20\text{MWmês} \\ ev^3 = 0\text{MWmês} \\ ea^3 = 0\text{MWmês} \\ ed^3 = 10\text{MWmês} \\ z^3 = \$1000. \end{cases}$$

A função de custo futuro para o período 2 começa, então, a ser construída, conforme apresenta a figura 6.3.

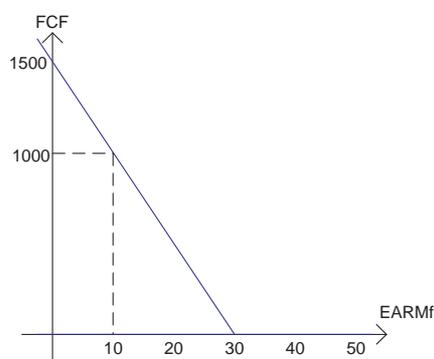


Figura 6.3: Função de Custo Futuro – Período 2, Iteração 1

### Simulação Backward – Período 2

Construída a primeira aproximação da função de custo futuro, é simulada a operação do período 2, já considerando esta aproximação. Da simulação *forward*, se obtém os valores iniciais de armazenamento,  $ea^1$ , e dos dados das séries, a afluência  $ea^f^1$  para este período:

$$\begin{cases} ea^1 = 50\text{MWmês} \\ ea^f^1 = 10\text{MWmês}. \end{cases}$$

Embora, agora, se disponha de 60MWmês para a geração através da usina hidráulica, devido à função de custo futuro, a operação realizada no período é:

$$\left\{ \begin{array}{l} gt^2 = 40\text{MWmês} \\ gh^2 = 30\text{MWmês} \\ ev^2 = 0\text{MWmês} \\ ea^2 = 30\text{MWmês} \\ ed^2 = 0\text{MWmês} \\ z^2 = \$400 \\ \alpha = 0. \end{array} \right.$$

Esta operação leva à construção do seguinte corte para a função de custo futuro do 1º período apresentada na figura 6.4.

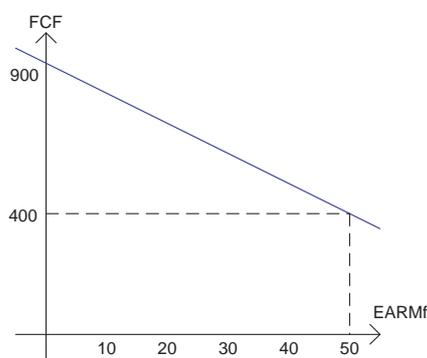


Figura 6.4: Função de Custo Futuro – Período 1, Iteração 1

Após a fase *backward*, inicia-se uma nova iteração, através de uma *forward*, de modo a se validar a aproximação construída para a função de custo futuro. Conforme já discutido, o algoritmo pára ao se ter um mesmo valor para o custo futuro no 1º período,  $\alpha$ , e para o somatório de custos de operação,  $z^i$ , no 2º e 3º períodos. Este fato significa que a função de custo futuro está bem representada pelo máximo dos cortes.

### Análise dos Resultados

No problema exemplo, a segunda iteração foi necessária para o refinamento da função de custo futuro através da inclusão de novos cortes. Estas novas aproximações para as funções de custo futuro são apresentadas na figura 6.5.

Finalmente, para a 3ª simulação *forward*, os resultados apresentados na tabela 6.2 foram obtidos.

Pode-se notar através desta tabela a satisfação do critério de convergência: para o primeiro período, o custo futuro esperado – dado pela

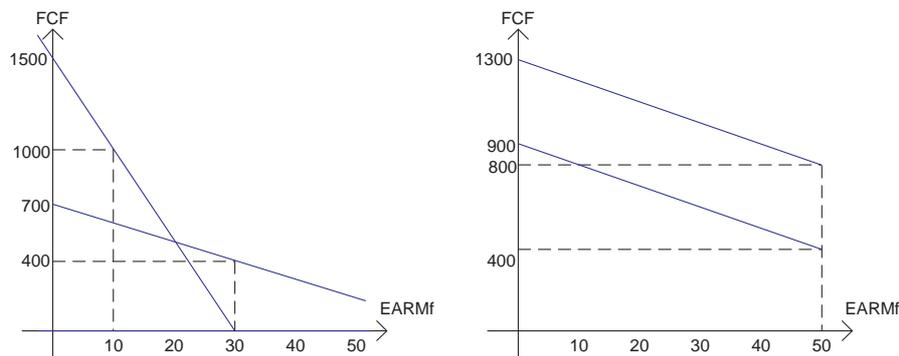


Figura 6.5: Função de Custo Futuro – Períodos 2 e 1, Iteração 2

Período	1	2	3
$gh^t$	30	40	30
$gt^t$	20	30	50
$ev^t$	20	0	0
$ea^t$	50	20	0
$ed^t$	0	0	0
$z^t$	200	300	500
$\alpha$	800	500	0

Tabela 6.2: Resultados para a Simulação da 3ª Iteração

função de custo futuro – vale  $\alpha = \$800$ . Este valor é exatamente o valor de custo que realmente ocorre no 2º e 3º períodos, que vale a soma  $z^2 + z^3 = \$300 + \$500 = \$800$ , onde o índice  $i$  em  $z^i$  equivale ao período ao qual a variável se refere.

O custo total de operação para os 3 períodos vale, então,  $z = z^1 + z^2 + z^3 = \$1000$ , declarando-se uma inflexibilidade de 20MWhês para a geração térmica. Porém, supondo que esta inflexibilidade represente uma cláusula ToP de compra de GN, indicando uma compra mínima mensal de 20MWhês de GN nos 3 períodos, é possível que se encontre uma operação de menor custo.

Isto ocorre pois a inflexibilidade declarada para o primeiro período obriga que se gerem 20MWhês neste período, mesmo tendo-se uma hidrologia extremamente favorável, o que causa vertimento.

### Consideração das Cláusulas ToP no Problema

A consideração das cláusulas de compra – e não de utilização – do GN vem de encontro à intuição de se aproveitar ao máximo a afluência e

Período	1	2	3
$gh^t$	50	40	30
$gt^t$	0	30	50
$ev^t$	0	0	0
$ea^t$	50	20	0
$ed^t$	0	0	0
$z^t$	0	300	500
$etc^t$	20	20	40
$etd^t$	20	10	0

Tabela 6.3: Resultados para a Simulação com Cláusulas ToP

a condição inicial favoráveis do 1º período. Pode-se, com isto, determinar uma estratégia de operação que evite o vertimento que ocorre neste período, conforme a estratégia apresentada na tabela 6.3. Nesta tabela,  $etc^t$  representa a compra mensal de GN, enquanto  $etd^t$  representa a energia final disponível, ou seja, todo o GN comprado porém não utilizado até então<sup>1</sup>.

Como pode ser observado, o custo total de operação neste caso é de  $z = z^1 + z^2 + z^3 = \$800$ . Além disto, a compra mínima de GN foi respeitada para todo período  $etc^t \geq 20\text{MWmês}$ .

Conclui-se, então, que a operação “flexível” – comprar GN mas não necessariamente usá-lo – permite que se obtenha um menor custo total de operação para o sistema.

<sup>1</sup>onde a restrição do nível do reservatório ETD é  $etd_w^t = etd_w^{t-1} + et_w^t - gt_w^t$ .

## 7

### Resultados de Simulações

Neste capítulo são apresentados resultados obtidos com execuções do modelo de planejamento da operação energética a médio prazo – NEWAVE – alterado de modo a contemplar a modelagem apresentada neste trabalho para os contratos de fornecimento de GN com cláusulas ToP.

O primeiro caso-teste é baseado no caso utilizado para o planejamento mensal da operação (PMO), preparado pelo ONS no mês de março de 2007. Para a utilização da modelagem das cláusulas ToP, alguns dados de entrada são alterados. As diferenças entre o caso PMO Mar/07 e o caso alterado – PMO ToP – são apresentadas na seção 7.1.

São apresentados na seção 7.2 os resultados para casos determinísticos. Nestes casos, o modelo é submetido à otimização de 1 única série de afliências, tornando o problema determinístico.

Posteriormente, resultados de casos de otimização estocástica são apresentados. Para a avaliação destes resultados, é utilizado o caso PMO Nov/07, e variações do mesmo, ao modelar-se os contratos de fornecimento de GN de 1 e 4 usinas termelétricas. Estas variações visam a avaliar o impacto no processo de convergência e, conseqüentemente, no tempo computacional, da utilização da modelagem para diversas usinas, o que causa um aumento do número de variáveis de estado, além dos ganhos obtidos ao se utilizar a modelagem para um maior número de térmicas.

Além disto, com o intuito de se observar o impacto da modelagem proposta em diversas situações hidrológicas, algumas variações de casos são utilizadas, ao alterar-se a tendência hidrológica destes casos.

#### 7.1

##### Caso Teste – Março/2007

Para que a comparação entre os casos simulados com/sem a modelagem das cláusulas ToP seja válida, é importante que estes casos representem

a mesma configuração do sistema.

Desta forma, é inserida uma usina termelétrica nos dois casos, no subsistema Nordeste, com distintas modelagens representando características idênticas de disponibilidade de energia ao sistema e custos finais.

O subsistema Nordeste é utilizado no caso-teste para receber a nova usina termelétrica por tornar mais claros os impactos desta usina na operação do sistema como um todo, haja vista que o subsistema Sudeste é muito “maior” do que este primeiro, sendo necessária uma usina de maiores proporções para a observação dos mesmos impactos.

O contrato de fornecimento de GN modelado neste teste possui as seguintes características: validade de Julho/2007 a Novembro/2008 (17 meses no total), com energia total contratada de 6.800 MWmês, o que equivale a 400MWmês a cada mês, valor este escolhido, também, como o valor da capacidade total mensal de geração da usina. São utilizados  $\gamma_{mes} = 56$  e  $\gamma_{ano} = 70$ , por serem valores padrão no âmbito do mercado atual brasileiro de contratação de GN. Além disto, é utilizado um limite mensal de fornecimento/compra de GN de 600MWmês, importante para o controle de nível mensal máximo do reservatório ETC.

A cláusula de *make-up* não é utilizada nestes casos, de modo a acentuar o impacto negativo da inflexibilidade de geração das termelétricas a GN no modelo atual. Ao se utilizar a cláusula de *make-up*, se conta com mais GN disponível – já pago – para geração de energia após o fim do contrato, caso nem todo o GN comprado seja utilizado para a geração de energia durante o período de validade do mesmo.

Da mesma forma como é feita atualmente a modelagem, a inflexibilidade anual de compra de GN é transformada em geração térmica mínima mensal para a criação do caso-teste sem a consideração das cláusulas ToP. Assim, neste caso, durante o período do contrato, a usina termelétrica é obrigada a gerar, no mínimo, 280MWmês, o que equivale a 70% da energia contratada mensalmente.

A figura 7.1 representa a geração térmica inflexível que ocorre neste caso. Os segmentos inferiores (azuis) das barras representam a compulsoriedade de geração da usina termelétrica (280MWmês), enquanto os 120MWmês (segmentos superiores/vermelhos) restantes representam a faixa de decisão operativa. Da forma como são representadas as usinas térmicas no modelo, então, o modelo deve decidir um montante  $gt_w^t$  dentro

da faixa [280, 400].

### Gerações Térmicas Mínima e Máxima

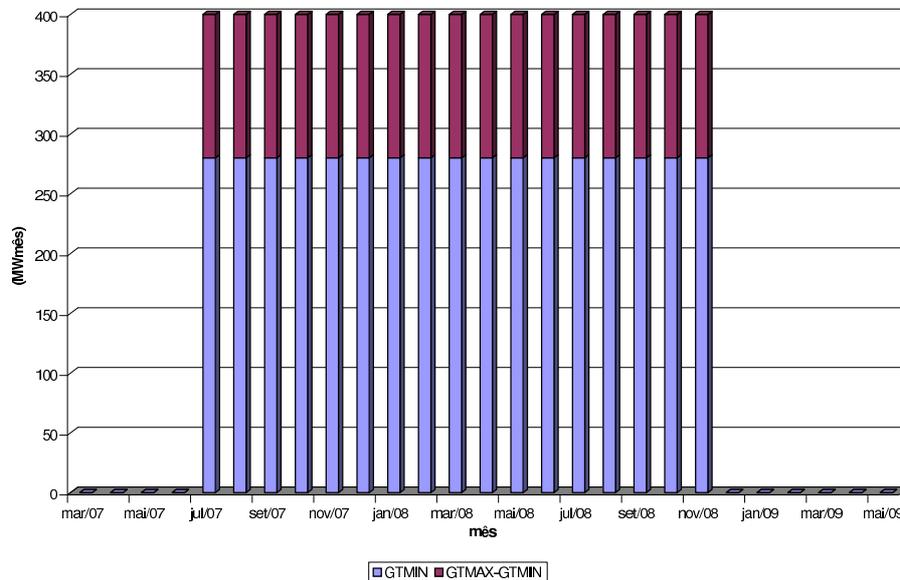


Figura 7.1: Faixa Operativa de Geração Térmica – Modelagem Inflexível

Ao se utilizar a modelagem das cláusulas ToP dos contratos de fornecimento de GN, esta inflexibilidade de geração térmica é substituída por uma compra mínima obrigatória de GN, que pode ser utilizado para a geração no momento mais propício para o sistema. Assim, troca-se uma faixa de decisão sobre a geração térmica, por uma faixa de decisão sobre o nível dos reservatórios térmicos, em especial o reservatório ETC – energia contratada porém ainda não comprada. Segundo a modelagem apresentada no capítulo 6, o nível do reservatório ETC deve estar na faixa azul apresentada na figura 7.2.

O atendimento a esta faixa operativa é verificado nos resultados deste capítulo.

## 7.2 Casos Determinísticos

Nesta seção são apresentados resultados de 74 simulações para cada versão do modelo – com e sem modelagem ToP. Em cada uma destas simulações, a modelagem utilizada para o caso-teste apresentada na seção 7.1 é mantida, sendo alterada apenas a série hidrológica utilizada.

## Faixa Operativa do Reservatório ETC

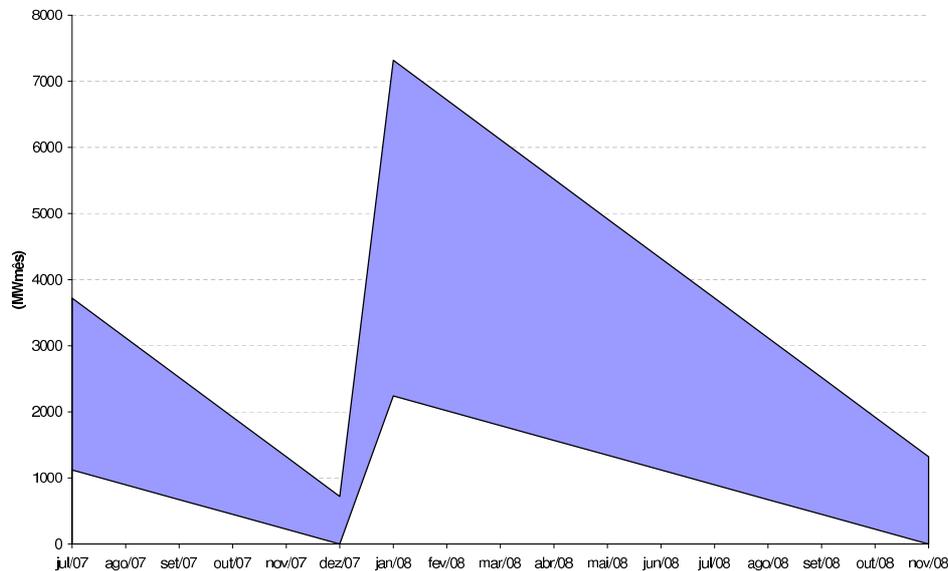


Figura 7.2: Faixa Operativa do Nível de ETC – Modelagem Flexível

O registro histórico de aflúncias do sistema hidrológico brasileiro cobre, atualmente, o período compreendido entre os anos 1931 e 2005 – 75 anos, portanto. Desta forma, diversas séries hidrológicas (de comprimento de 10 anos) podem ser amostradas. A primeira série histórica amostrada é a série denominada “série de 1932”, onde o ano de 1931 é utilizado como tendência hidrológica da série, e os anos de 1932 a 1941 são utilizados como a série de ocorrência de vazões. Da mesma forma, 73 outras séries podem ser geradas, sendo que, ao se iniciar uma série nos 9 últimos anos do histórico, para que a mesma não fique incompleta, são usados os dados iniciais do histórico de vazões para se completá-la. Por exemplo, a série de 2001 é dada por:

$$\text{Série de 2001} = \{\phi_{2001}, \dots, \phi_{2005}, \phi_{1931}, \dots, \phi_{1935}\},$$

onde  $\phi_{2001}$  representa a série de discretização mensal de vazões do ano de 2001.

A modelagem atual do modelo NEWAVE para as usinas termelétricas pode ser entendida como um caso particular da modelagem das cláusulas ToP, proposta neste trabalho. Isto ocorre pois, caso o modelo decida por  $gt_w^t = eaf t_w^t = 280\text{MWmês}$ , para todo mês  $t$  no período de validade do contrato, tem-se exatamente a mesma operação para a usina  $w$ . Assim, a

operação ótima resultante da otimização sem a modelagem ToP é viável ao se utilizar a modelagem. Desta forma, o custo sem ToP sempre é maior ou igual ao custo da operação ótimo ao se considerar a flexibilidade dos contratos.

Devido ao exposto, é esperado que, para todos os casos determinísticos, se tenha um custo de operação total utilizando-se a modelagem ToP menor ou igual a aquele obtido sem a utilização da modelagem. Este resultado é corroborado pela tabela 7.1, a seguir, que apresenta a comparação entre os custos de operação obtidos pelas 2 variantes.

Na figura 7.3 são apresentados de forma gráfica os ganhos percentuais obtidos com a modelagem da flexibilidade dos contratos para todas as séries simuladas. O resultado esperado *a priori* é de que o ganho seja sempre positivo, porém, em algumas séries pode-se identificar *ganhos negativos*, ou perdas.

O aparente aumento do custo com o uso da modelagem ToP encontrado nestes casos se deve à não convergência do processo iterativo no número máximo de iterações do modelo<sup>1</sup>. Assim, não é garantido o cálculo da política ótima de operação. Parte deste aumento também pode ser creditado a erros numéricos intrínsecos ao processo computacional de otimização. Mesmo assim, os valores encontrados de diferenças são pouco significativos nestes casos.

Para efeito de comparação, o ganho médio, com a utilização da modelagem para apenas 1 usina, é de 0,25%. O ganho máximo é de 7,5%, enquanto a perda máxima é de 0,82%.

Na seção 7.2.1 são apresentadas algumas diferenças de operação do sistema para a série de 1975, escolhida por ser aquela na qual se obtém a maior redução de custos ao se utilizar a operação flexível das termelétricas a GN.

### 7.2.1 Operação da Série de 1975

A série de afluições de 1975 é definida como o conjunto de afluições verificadas no Brasil no período de 1975 a 1984, já que, para efeitos de cálculo da operação ótima, são utilizados 10 anos no horizonte de estudo,

<sup>1</sup>Para estes casos, foi utilizado um número máximo de iterações igual a 500.

Ano	SemTop	ComToP	Ano	SemToP	ComToP
1932	33930.10	33634.28	1969	8937.06	8937.36
1933	33096.08	33100.17	1970	6387.62	6387.62
1934	14502.95	14427.93	1971	6307.74	6283.66
1935	10910.30	10906.81	1972	6282.24	6282.04
1936	9382.29	9342.54	1973	6282.22	6282.02
1937	8384.41	8380.11	1974	6282.21	6282.15
1938	6615.28	6615.26	1975	6795.84	6281.98
1939	6534.96	6527.90	1976	6282.19	6286.94
1940	6742.15	6737.60	1977	6282.27	6282.09
1941	6357.98	6357.79	1978	6282.47	6282.28
1942	6282.61	6282.46	1979	6282.58	6282.44
1943	6282.69	6282.30	1980	6282.54	6282.39
1944	6303.19	6303.05	1981	6282.63	6282.49
1945	8882.90	8833.84	1982	6282.61	6282.46
1946	10819.10	10818.96	1983	6282.88	6282.39
1947	23691.63	23688.67	1984	6282.19	6282.06
1948	51559.96	51276.86	1985	6282.30	6282.07
1949	92273.54	90762.52	1986	6298.57	6281.98
1950	122010.95	122684.21	1987	6282.10	6281.95
1951	158224.13	156739.66	1988	6282.12	6281.97
1952	149957.12	149763.78	1989	6282.19	6281.97
1953	85260.14	85258.00	1990	6282.16	6282.03
1954	33901.25	33899.14	1991	6282.27	6282.09
1955	6524.15	6524.05	1992	6282.22	6282.44
1956	6290.83	6290.68	1993	6282.17	6282.05
1957	6806.89	6806.80	1994	6307.12	6306.60
1958	9865.31	9865.39	1995	6975.03	6973.22
1959	13000.38	13000.33	1996	7734.36	7727.45
1960	14017.74	14014.30	1997	7810.08	7779.72
1961	9390.48	9386.20	1998	7065.94	7064.81
1962	7135.73	7131.79	1999	6331.28	6327.37
1963	6829.75	6827.58	2000	6282.30	6282.16
1964	20275.34	19240.68	2001	6282.15	6282.01
1965	39218.93	39270.11	2002	6282.16	6281.96
1966	45625.13	45002.42	2003	6380.78	6380.63
1967	45690.18	45626.95	2004	14029.72	13819.14
1968	33066.57	33050.43	2005	27745.67	27958.22

Tabela 7.1: Custos Totais de Operação – Com/Sem Modelagem ToP

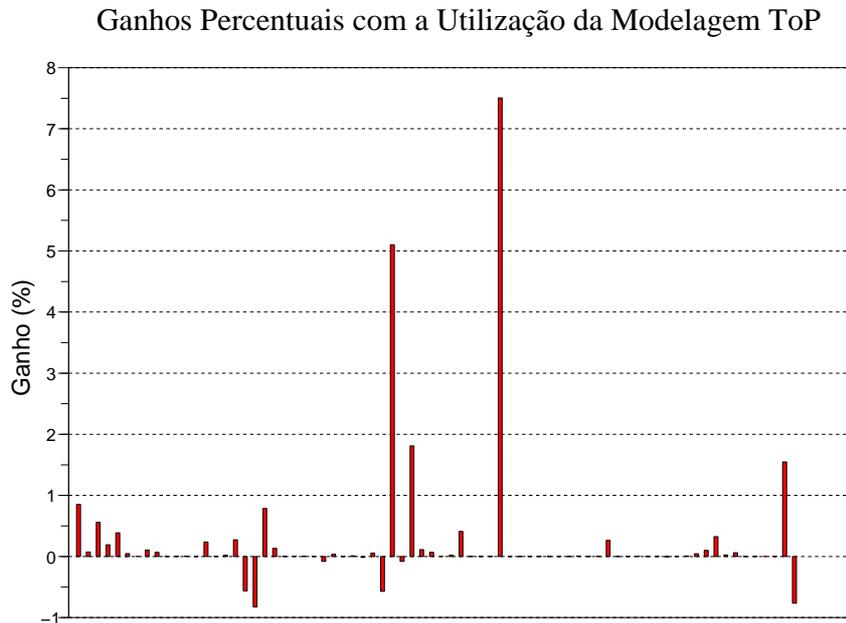


Figura 7.3: Ganhos obtidos com a modelagem ToP

embora os índices estatísticos sejam calculados apenas para os 5 primeiros anos deste horizonte.

A figura 7.4 apresenta a comparação entre a série de afluências de 1975 e a média histórica – MLT<sup>2</sup>. Nesta figura, a MLT (curva com quadrados) é repetida por um período igual ao da série de afluências de 1975 (curva com losangos). Como série de afluências de 1975 deve-se entender a seqüência de valores mensais de energias afluentes (vazões afluentes convertidas em energia), considerando-se todas as usinas que compõem o SIN, desde janeiro de 1975 a dezembro de 1984.

É possível notar que a série é composta por anos chuvosos a partir do final do ano de 1976, com seqüências negativas<sup>3</sup> de baixas frequência e duração.

É natural se pensar que, para que um ganho significativo (7,5%) seja obtido na operação ótima desta série, diferenças significativas de operação devem ocorrer ao se considerar ou não a flexibilidade da termelétrica a GN.

<sup>2</sup>A média histórica é normalmente referenciada como MLT, sigla para *Média de Longo Termo*.

<sup>3</sup>Uma seqüência negativa é uma sucessão de vazões menores do que as médias mensais, precedidas e sucedidas por valores maiores que as médias.

## Energia Natural Afluente

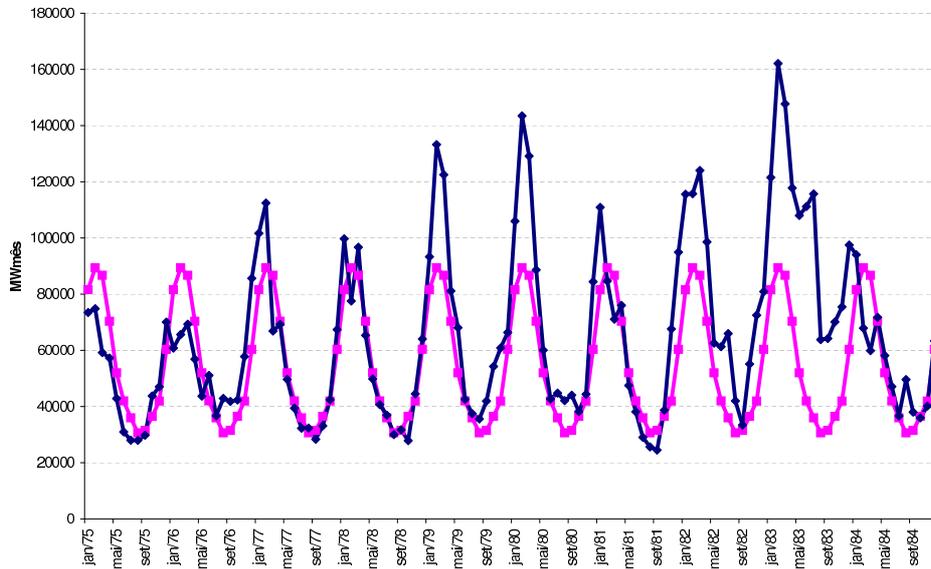


Figura 7.4: Série de Afluências de 1975 e Média Histórica

Esta análise é corroborada ao se observar a evolução mensal da geração de energia desta termelétrica, apresentada na figura 7.5.

Ao não se considerar a modelagem ToP (curva com quadrados), há uma operação constante da usina nos primeiros períodos, ao se gerar o valor mínimo, equivalente à inflexibilidade desta termelétrica. Nos últimos períodos a geração atinge o limite máximo indicando a necessidade da complementação térmica. No caso onde se considera a modelagem ToP (curva com losangos), há uma clara geração que acompanha a sazonalidade das afluências, atingindo também o valor máximo da termelétrica apenas nos últimos períodos.

Pode-se notar, então, que a operação ótima da usina, ao se considerar a sua flexibilidade na geração, é completamente diferente da obtida pelo modelo atual. Na figura 7.6 é apresentada a evolução do nível mensal do reservatório ETD, através do qual se pode confirmar os ganhos obtidos ao se considerar a flexibilidade da termelétrica: ao longo dos primeiros anos, são realizadas compras de GN, mas nem todo o montante comprado é utilizado neste período, sendo reservado para a operação futura da usina.

Um último resultado apresentado para esta série de afluências é a satisfação da faixa operativa para o reservatório ETC. Na figura 7.7 é

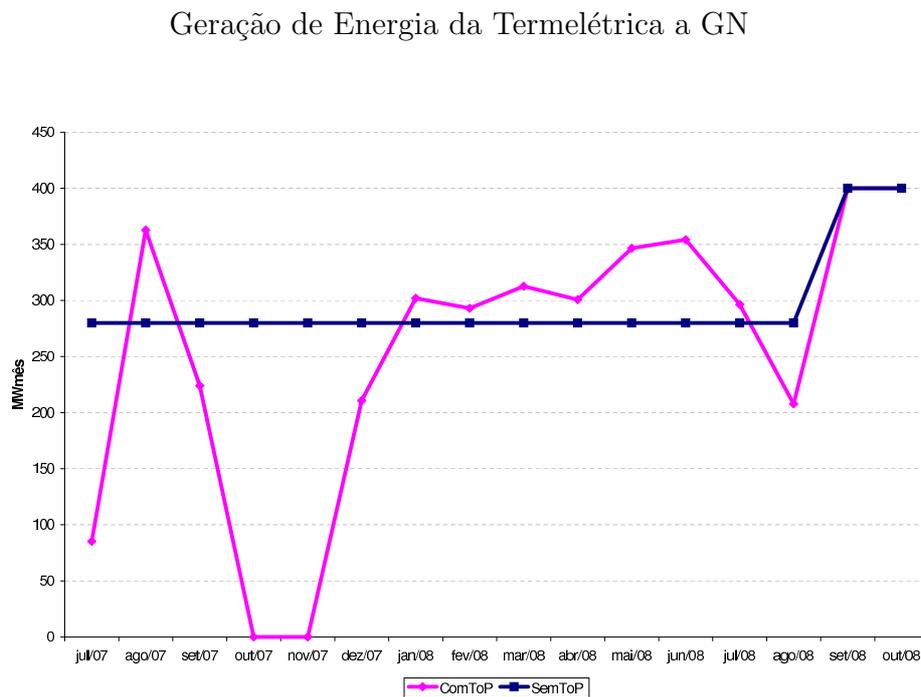


Figura 7.5: Comparativo entre as Gerações Energéticas Com/Sem Consideração das Cláusulas ToP

### Nível do Reservatório ETD – Termelétrica a GN

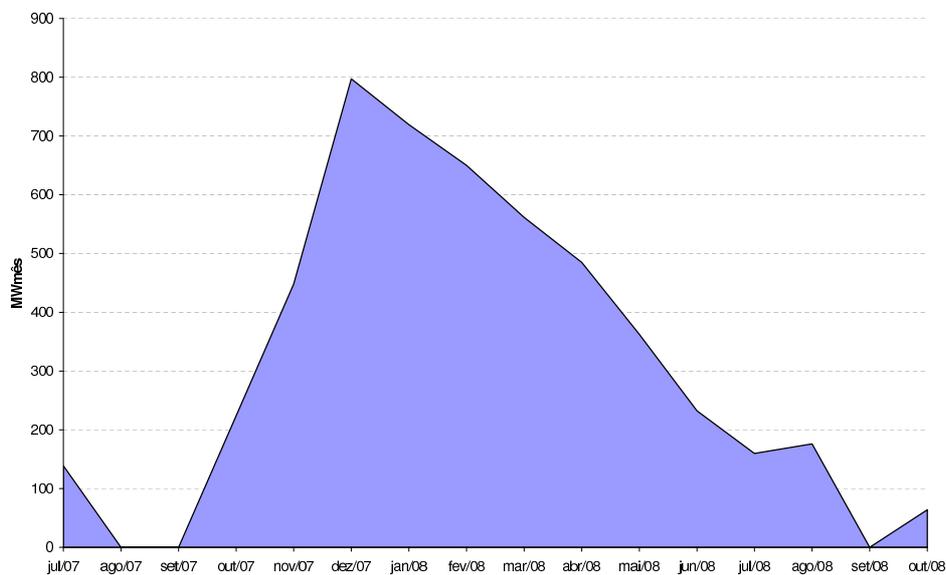


Figura 7.6: Evolução do Nível Final Mensal de Energia do Reservatório ETD

apresentada a evolução do nível deste reservatório, bem como a sua faixa de operação viável, conforme a apresentada na figura 7.2. O fato do nível

do reservatório coincidir com seu valor máximo nos últimos períodos de validade do contratos nos anos indica que a solução escolhida pelo modelo neste caso é a de satisfazer o ToP anual nestes períodos.

#### Nível e Faixa Operativa do Reservatório ETC – Termelétrica a GN

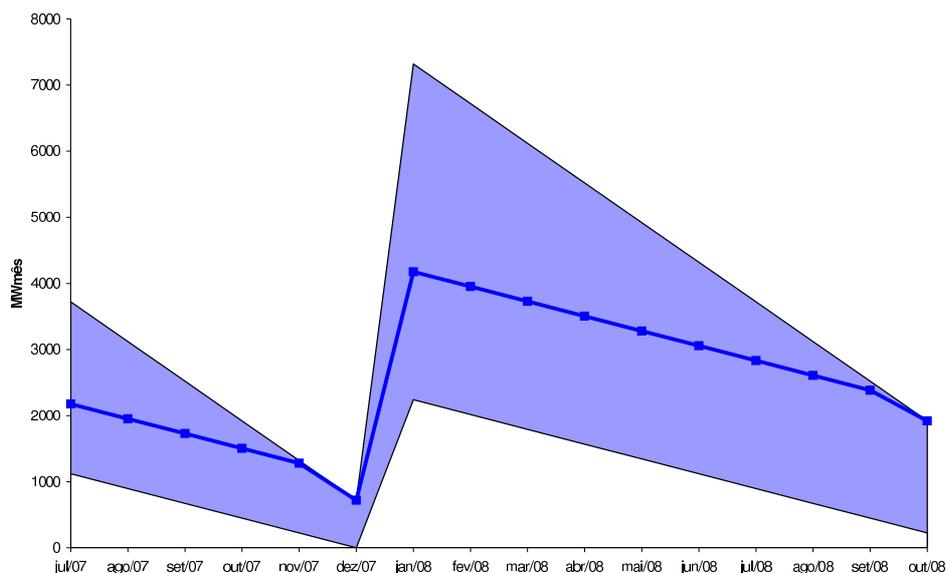


Figura 7.7: Evolução do Nível Final Mensal de Energia do Reservatório ETC

No caso específico desta série de afluições, é clara a perda, para o sistema como um todo, ao se declarar uma inflexibilidade mensal na geração térmica (geração térmica mínima) para a representação das cláusulas do contrato de fornecimento de GN.

Uma das maneiras de se avaliar o ganho causado pela utilização do modelo proposto neste trabalho é através da análise do montante de energia vertida nos dois casos: considerando-se ou não o modelo. Na figura 7.8 é apresentado o somatório de energia vertida em todos os subsistemas, i.e., a energia total vertida no Brasil. A curva com marcadores em forma de quadrados representa o vertimento para o caso sem a modelagem ToP, enquanto a curva com losangos representa a energia vertida para o caso com a modelagem ToP.

É possível notar a diminuição do vertimento total de energia ao considerar-se a flexibilização da operação da termelétrica, especialmente no mês de abril, o último do período molhado do subsistema Nordeste,

## Energia Vertida – Brasil

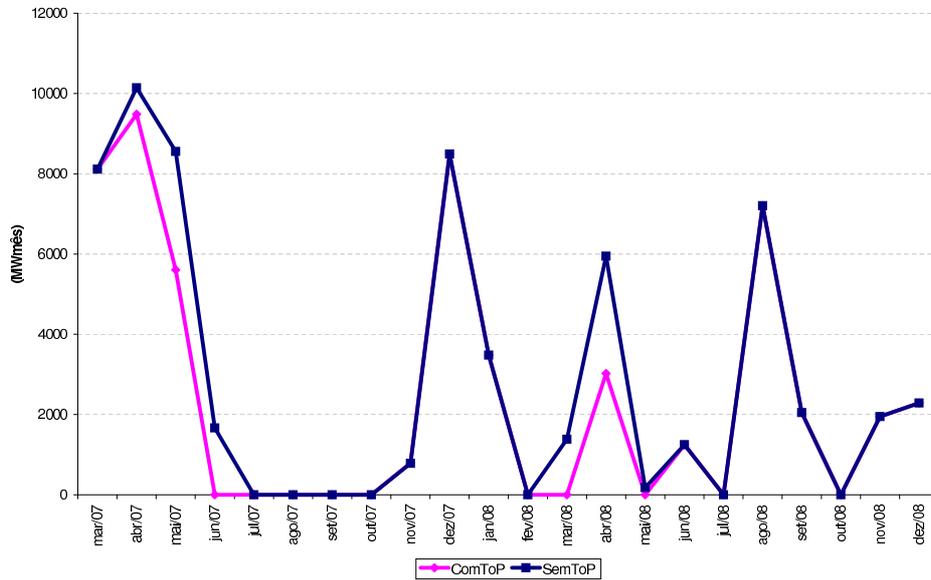


Figura 7.8: Evolução do Vertimento Mensal Total

onde se encontra a termelétrica a GN. A média histórica de afluências do subsistema Nordeste é apresentada na figura 7.10 – curva com losangos.

## 7.3

### Casos Estocásticos

Nesta seção são apresentados resultados para a simulação de diversos casos utilizando o modelo NEWAVE na opção de otimização estocástica. Para isto, o sistema é otimizado considerando-se 200 séries sintéticas de afluências, geradas através de um modelo PAR( $p$ ), de ordem máxima  $p = 6$ . A seção inicia-se com a apresentação dos casos-teste.

#### 7.3.1

##### Descrição dos Casos

Para as análises de casos estocásticos, são utilizadas variações do PMO do mês de Novembro de 2007, como descrito na introdução deste capítulo. De maneira a padronizar a nomenclatura, para todos os casos que não utilizam em nenhuma usina termelétrica a modelagem de cláusulas ToP, o prefixo SemToP encontra-se em seu nome. Alternativamente, o prefixo ComToP define os casos nos quais esta modelagem se encontra.

Para a definição dos casos estocásticos, a lista de usinas termelétricas a GN presente no apêndice D deve ser levada em consideração. Por serem as maiores termelétricas a GN cujas inflexibilidades de geração podem ser entendidas como cláusulas ToP, as seguintes usinas tiveram suas disponibilidades e inflexibilidades modeladas:

- Norte Fluminense (Macaé/RJ);
- CCBS Cubatão (Cubatão/SP);
- Fortaleza (Fortaleza/CE); e
- Termopernambuco (Ipojuca/PE).

Os dados dos contratos de fornecimento de GN destas térmicas são apresentados no apêndice D, através das tabelas D.3, D.4, D.5, e D.6.

De maneira sucinta, os casos para os quais são encontrados resultados nesta seção são:

- SemToP\_Base: caso PMO Nov/07, com pequenas alterações na disponibilidade de algumas usinas termelétricas, de forma a tornar possível a compatibilização com os casos ComToP;
- SemToP\_30%MLT: baseado no caso SemToP\_Base, com a tendência hidrológica alterada para 30% da média histórica (baixas afluências)
  - seção 7.3.2;
- SemToP\_300%MLT: como o caso SemToP\_30%MLT, porém utilizando tendência hidrológica igual a 300% da média histórica de afluências (altas afluências);
- ComToP\_Base: caso equivalente ao SemToP\_Base, porém utilizando a modelagem das cláusulas ToP para as 4 usinas termelétricas citadas anteriormente;
- ComToP\_30%MLT e ComToP\_300%MLT: conforme os casos SemToP\_30%MLT e SemToP\_300%MLT, porém baseados no caso ComToP\_Base; e
- ComToP\_1ute: equivalente ao caso SemToP\_Base, em termos de disponibilidade, porém com a modelagem das cláusulas ToP aplicada apenas à termelétrica Norte Fluminense.

### 7.3.2

#### Variação da Tendência Hidrológica

Para alguns casos-teste cujos resultados são apresentados neste trabalho, as únicas alterações dos mesmos em relação a um caso base ocorrem na tendência hidrológica. Esta seção tem por finalidade esclarecer o porquê da existência destes casos.

No modelo NEWAVE, as séries de afluições hidrológicas são ajustadas através de modelos estatísticos auto-regressivos periódicos – modelos PAR(p). Desta maneira, as afluições em um estado  $t$  do horizonte de planejamento,  $\phi_t$ , são função das afluições de  $p$  períodos anteriores, mais um ruído aleatório normal  $\xi \sim N(0, \sigma^2)$ :

$$\phi_t = \beta_1\phi_{t-1} + \dots + \beta_p\phi_{t-p} + \xi. \quad (7-1)$$

Assim, são necessárias condições iniciais de afluições dos  $p$  meses anteriores ao início do horizonte de planejamento, de modo que o modelo NEWAVE possa gerar as séries de afluições a partir do primeiro mês de planejamento,  $\phi_{t-1}, \dots, \phi_{t-p}$ . A este conjunto de condições iniciais dá-se o nome de *tendência hidrológica*. Os impactos de diferentes tendências hidrológicas nos resultados de simulações com a utilização da modelagem de contratos ToP são discutidos nesta seção.

Devido a características intrínsecas ao modelo PAR(p), a longo prazo espera-se que o modelo gere séries hidrológicas que tendam para a média histórica das séries – MLT. Este fato ocorre pois os coeficientes  $\beta_i$  do modelo da equação (7-1) são ajustados através de dados provenientes das séries históricas normalizadas, enquanto os ruídos  $\xi$  possuem média nula.

Porém, ao se utilizar valores que não os da MLT como passado recente para a geração dos próximos valores da série de afluições através de um modelo PAR(p), ou seja, os valores  $\phi_{t-1}, \dots, \phi_{t-p}$  da equação (7-1), os primeiros valores gerados pelo modelo são fortemente dependentes deste passado escolhido. Desta forma, ao se utilizar tendências hidrológicas bem distintas, as séries geradas pelo modelo PAR(p) em cada um destes casos têm características distintas também, por terem os mesmos coeficientes ajustados (já que provêm de um mesmo registro histórico), tendo, todavia, distintos valores de passado recente.

De modo a avaliar a operação do modelo para distintas situações médias de hidrologia, são apresentados resultados de simulações para

variações bruscas de tendência hidrológica – 30 e 300% da MLT, tanto para a versão do modelo NEWAVE que contempla a modelagem ToP, como para aquela que não a contempla.

### 7.3.3 Apresentação e Análise dos Resultados

#### Custos Totais de Operação

A apresentação dos resultados se inicia com a figura 7.9, onde pode-se visualizar uma comparação entre os custos totais de operação para os casos SemToP\_Base, ComToP\_Base e ComToP\_1ute. Os casos com variações na tendência hidrológica não são considerados nesta análise por representarem uma outra *configuração hidrológica*.

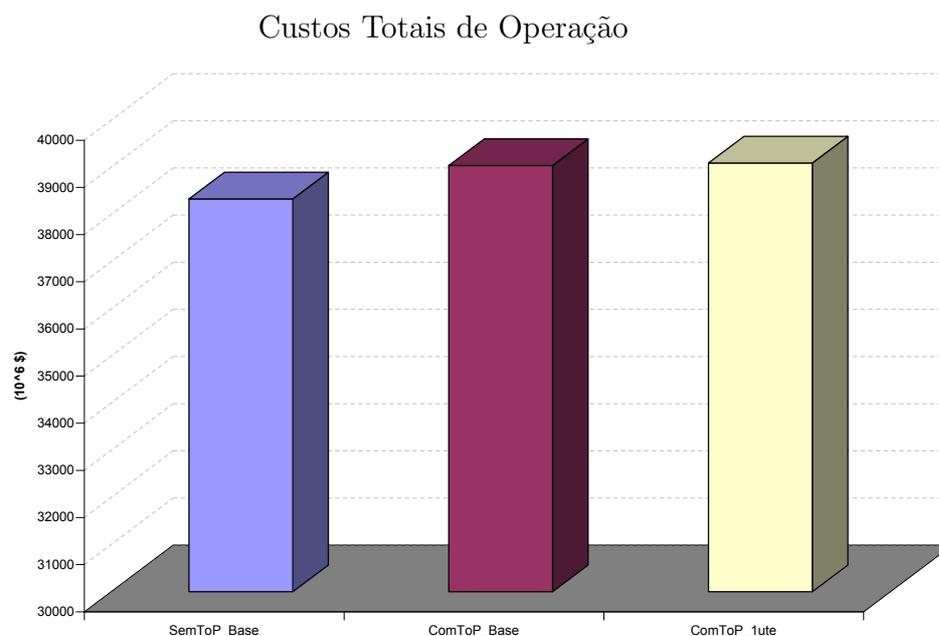


Figura 7.9: Comparativo de Custos de Operação

Embora haja a impressão de que a inclusão da modelagem das cláusulas ToP tenha causado um aumento no custo total de operação do caso base, ao se considerar o desvio-padrão dos mesmos, nota-se a interseção dos intervalos de confiança<sup>4</sup> dos custos de operação, o que significa que os mesmos são iguais, do ponto de vista estatístico. A tabela 7.2 apresenta estes valores.

<sup>4</sup>Os intervalos são centrados na média e têm comprimento de 3,92 desvios-padrão.

Caso	Custo (10 <sup>6</sup> \$)	Desvio-Padrão
SemToP_Base	38334,17	1228,35
ComToP_Base	39041,27	1237,9
ComToP_1ute	39094,82	1227,9

Tabela 7.2: Custos Totais de Operação

### Resultados Operativos

Uma das vantagens de se utilizar a flexibilidade existente nos contratos de fornecimento de GN aos geradores de energia elétrica é a de se evitar vertimentos turbináveis em alguns períodos, conforme o exemplo apresentado na seção 6.3. Assim, como espera-se que se obtenha um menor vertimento médio no caso ComToP\_Base do que no caso SemToP\_Base.

As médias históricas para os meses de janeiro a dezembro e subsistemas Sudeste e Nordeste são apresentadas na figura 7.10, através das curvas azul (com quadrados) e rosa (com losangos), respectivamente.

Médias Históricas de Afluências

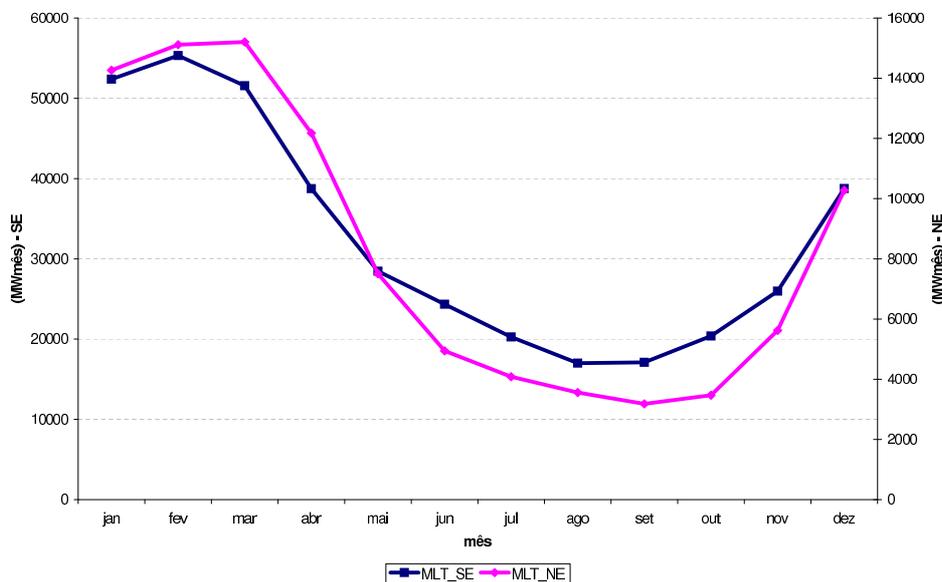


Figura 7.10: Médias Históricas de Afluências - Histórico: 1931 a 2005

Para o subsistema Nordeste, que tem 2 de suas usinas termelétricas utilizando a modelagem proposta, os resultados de vertimentos médios são apresentados na figura 7.11. O vertimento médio para o caso sem modelagem ToP é representado pela curva azul (com quadrados), enquanto a

curva rosa (com losangos) representa o valor médio de vertimento para o caso com modelagem ToP. Pode-se notar que, nos períodos mais chuvosos do ano, que, segundo a média histórica apresentada na figura 7.10, equivale aos meses de dezembro a abril, a diminuição no vertimento é mais acentuada. Há um pequeno aumento no vertimento no ano de 2008, mas há uma diminuição nos períodos mais chuvosos dos anos 2009 a 2011, onde as termelétricas Fortaleza e Termopernambuco têm contratos de fornecimento de GN ativos.

### Energia Vertida – Subsistema Nordeste

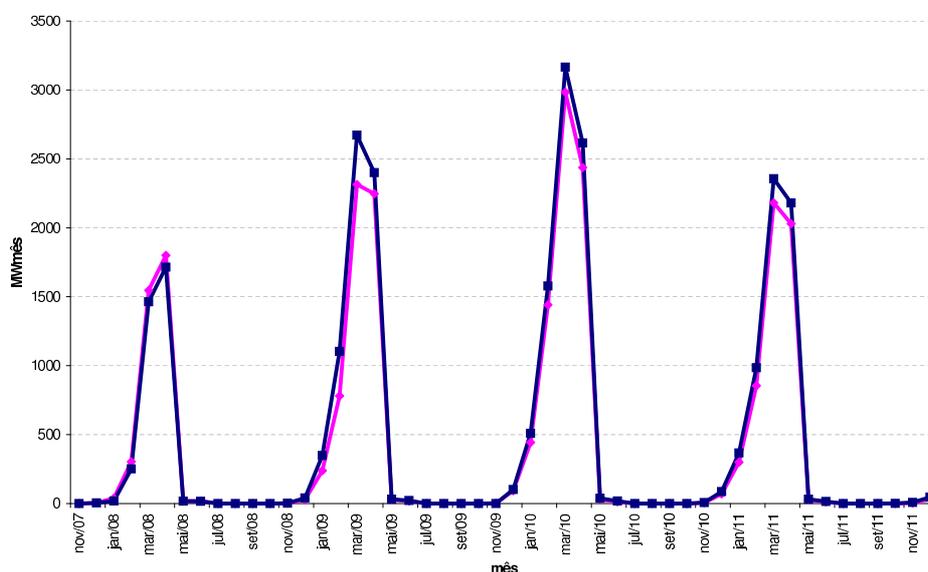


Figura 7.11: Vertimento de Energia para o Subsistema Nordeste

O impacto da modelagem de diversas termelétricas para um mesmo caso pode ser constatado através da observação da figura 7.12. Nesta figura são apresentados os vertimentos médios para o subsistema Nordeste, casos base (curva amarela – triângulos) e com apenas 1 termelétrica modelada (curva rosa – círculos) – ComToP\_Base e ComToP\_1ute, respectivamente.

Neste caso, houve uma redução no vertimento ao se modelar as 4 termelétricas em relação ao caso onde apenas a UTE Norte Fluminense é modelada, resultado este esperado, dada a maior flexibilização do subsistema como um todo.

O montante de energia vertida no subsistema Sudeste também tem seu valor reduzido ao utilizar-se a modelagem proposta, porém em menor

## Energia Vertida – Subsistema Nordeste

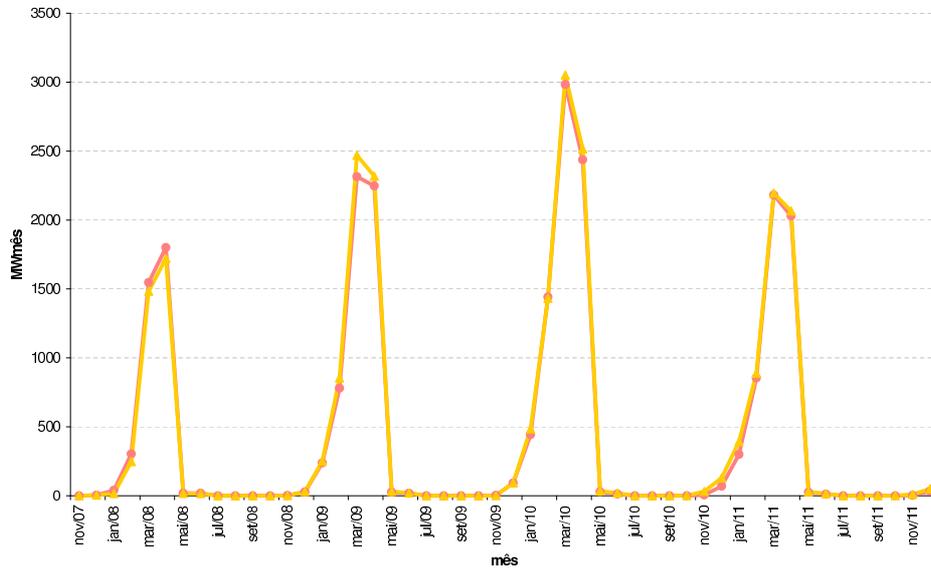


Figura 7.12: Vertimento para o Subsistema Nordeste com 1 ou 4 Termelétricas a GN modeladas

escala. Este fenômeno pode ser explicado pelo fato do subsistema Sudeste ser aquele que possui o maior reservatório equivalente de energia. Assim, a sua capacidade de regularização das vazões afluentes é maior do que as demais, evitando, assim, parte do vertimento. As energias médias vertidas para este subsistema, e para os casos base considerando-se ou não a modelagem das cláusulas ToP são apresentadas na figura 7.13, seguindo o mesmo padrão anterior de cores e marcadores.

Para o subsistema Sudeste, a redução no vertimento causada pela modelagem das 4 termelétricas (Norte Fluminense, CCBS, Fortaleza, e Termopernambuco) em relação à redução causada apenas com a modelagem da termelétrica Norte Fluminense é muito menor do que aquela observada para o subsistema Nordeste (figura 7.12).

Este resultado ocorre pois, de maneira contrária ao que ocorre para o subsistema Nordeste, onde a modelagem das 4 termelétricas significa a consideração da modelagem em 2 grandes termelétricas do próprio sistema Nordeste, a diferença entre os casos, para o subsistema Sudeste, não é tão significativa: melhor representação de 2 usinas no subsistema Nordeste (UTE Fortaleza e UTE Termopernambuco) e 1 usina no próprio subsistema Sudeste (UTE CCBS Cubatão), porém de capacidade reduzida,

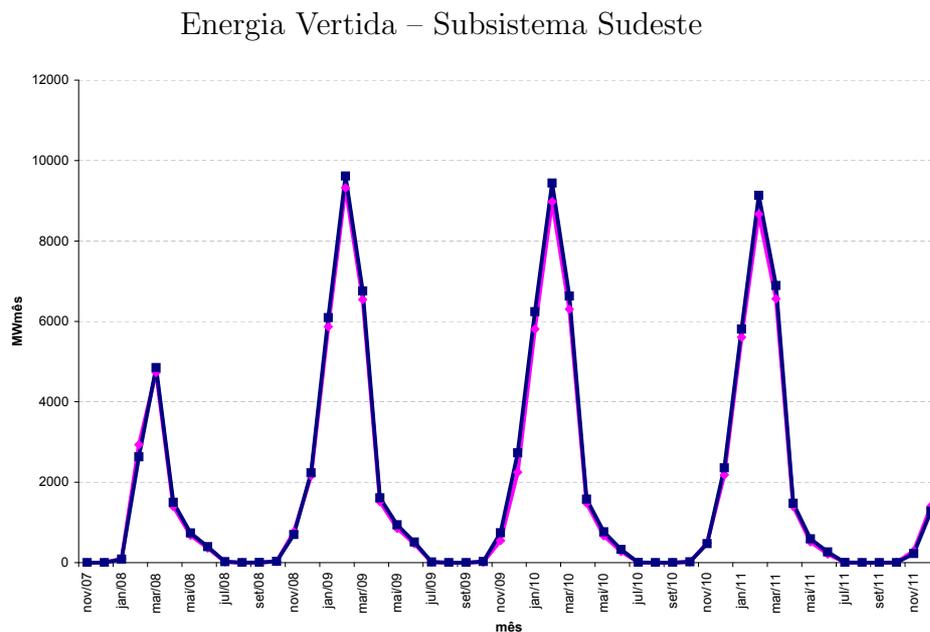


Figura 7.13: Vertimento de Energia para o Subsistema Sudeste

se comparada à capacidade da UTE Norte Fluminense. São apresentados na figura 7.14 os resultados para os vertimentos médios do subsistema Sudeste, onde a curva amarela (triângulos) representa o caso base e a curva rosa (círculos) representa o caso com apenas a UTE Norte Fluminense modelada.

### Impactos da Tendência Hidrológica

Conforme comentado na seção 7.3.2, alterações significativas dos valores de tendência hidrológica causam, nos casos baseados em operações reais de sistemas, alterações significativas nos resultados. Assim, agora são apresentadas algumas comparações entre variáveis operativas para os casos ComToP\_30%MLT e ComToP\_300%MLT.

Por terem se originado a partir de um caso de PMO de Nov/07, estes casos também se iniciam no mês de novembro de 2007. Desta forma, ao observar a figura 7.10, que apresenta a média histórica de aflúncias aos subsistemas NE e SE, que possuem termelétricas com modelagem flexível para os contratos de GN, o final do primeiro período chuvoso ocorre no mês de abril de 2008. Assim, este é o primeiro mês para os quais os resultados são analisados.

São apresentadas nas figuras 7.15 e 7.16 as curvas de permanência das variáveis *gt* e *etd* para a termelétrica UTE Norte Fluminense, que

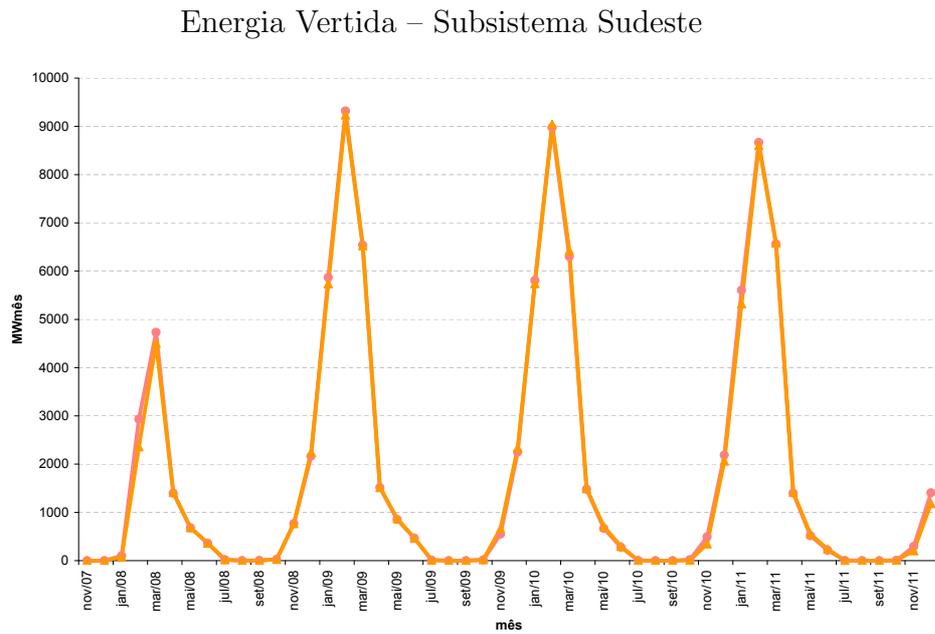


Figura 7.14: Vertimento para o Subsistema Sudeste com 1 ou 4 Termelétricas a GN modeladas

representam a energia gerada pela usina no período e o nível final do reservatório ETD da mesma usina, no mesmo período.

### Energia Gerada – UTE Norte Fluminense

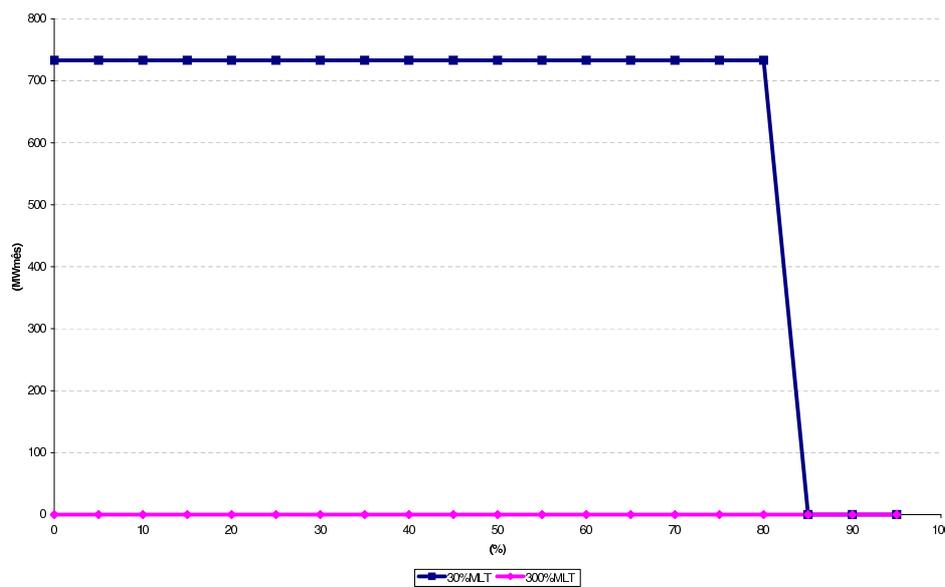


Figura 7.15: Curva de Permanência para *gt*, Período: Abr/08 – UTE Norte Fluminense

## Energia Térmica Disponível – UTE Norte Fluminense

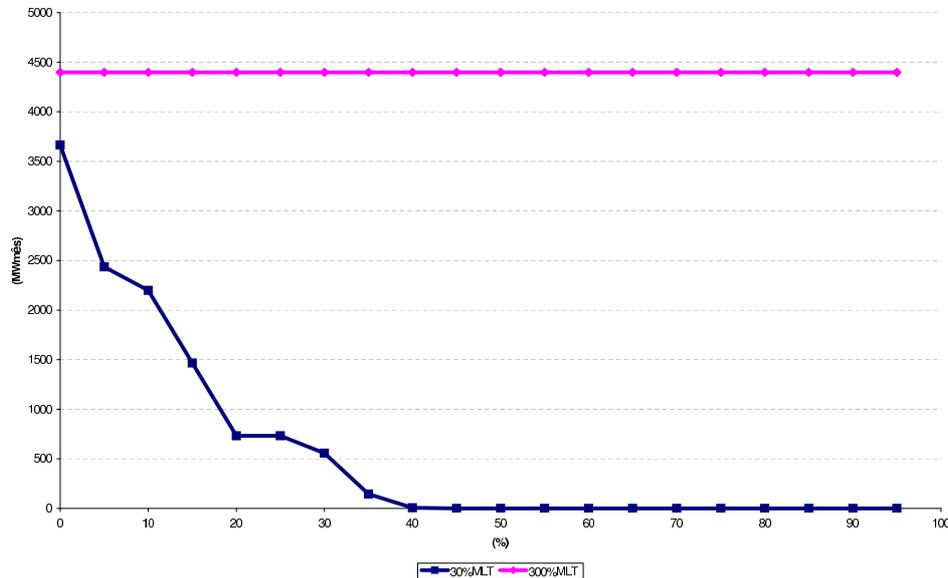


Figura 7.16: Curva de Permanência para *etd*, Período: Abr/08 – UTE Norte Fluminense

As curvas de permanência representam a distribuição dos valores de uma variável em um determinado período, da seguinte forma: para um ponto de abscissa  $x$  e ordenada  $c$ , sobre a curva de permanência, deve-se ler: *no período considerado, a variável em questão tem valor maior do que  $c$  em  $x\%$  das séries.*

Desta forma, as figuras 7.15 e 7.16 representam as distintas operações da UTE Norte Fluminense nos diferentes casos. As curvas em azul (com quadrados) representam o caso onde uma baixa tendência hidrológica foi utilizada. O valor de 30% da MLT foi utilizado como tendência hidrológica deste caso por ser capaz de transformar até mesmo o período chuvoso dos subsistemas em períodos de pouca afluência.

Assim, com baixos valores de afluência aos reservatórios hidráulicos, o sistema se vê obrigado a utilizar recursos térmicos de modo a atender a demanda. Este fenômeno é ressaltado na figura 7.15, onde há a comprovação de que em cerca de 85% das séries simuladas para este caso a UTE Norte Fluminense tem toda a sua capacidade de geração despachada.

Como o fenômeno de baixa afluência ocorre em todos os meses anteriores a abril de 2008 também, é esperado que o nível de energia

disponível – reservatório ETD – seja baixo em grande parte das séries ao final deste mês. Isto ocorre pois nos meses anteriores a tendência é que a UTE Norte Fluminense seja despachada no seu valor máximo, utilizando toda o GN comprado. Na figura 7.16 pode-se observar este comportamento.

Por outro lado, a operação para o caso onde a tendência hidrológica é alta é completamente distinta. Pela abundância de energia hidráulica, o sistema não vê necessidade de utilizar recursos térmicos para geração. Assim, a curva de permanência de geração térmica neste caso é nula, o que representa que em nenhuma série a UTE Norte Fluminense é despachada.

Além disto, a curva de permanência do nível final do reservatório ETD de valor constante e igual a 4.398MWh, significa que em nenhum dos 6 primeiros meses do horizonte de estudo, o GN comprado (733MWh por mês) foi utilizado, o que também é esperado pois o sistema ainda possui abundância de energia hidráulica, dada a alta tendência hidrológica.

No fim do horizonte de planejamento (5 anos de estudo), a influência da tendência hidrológica não é tão acentuada como nos primeiros meses. Desta forma, podem ser encontradas, com mais facilidade, operações semelhantes das termelétricas nos distintos casos-teste. Um exemplo para este fato são as curvas de permanência da UTE Termopernambuco, para as variáveis *etc* e *etd*, no período Out/2011, apresentadas nas figuras 7.17 e 7.18.

A figura 7.17 apresenta as curvas de permanência para a variável nível do reservatório ETC. Assim, é esperado que a curva para o caso ComToP\_30%MLT esteja abaixo da curva para o caso ComToP\_300%MLT, já que, durante a validade do contrato no último ano, a compra de energia no primeiro caso deve ser maior do que no segundo.

Por sua vez, a figura 7.18, que apresenta a curva de permanência do nível do reservatório ETD no fim de outubro de 2011, é bastante similar para os dois casos estudados, o que significa que o balanço entre compra e uso de GN durante toda a validade do contrato resultou em níveis finais semelhantes nas duas situações. Assim, em aproximadamente 45% das séries do caso de baixa tendência hidrológica, e em aproximadamente 55% das séries com alta tendência hidrológica, pode-se fazer uso da cláusula de *make-up*, ao utilizar, após o término do contrato, o GN comprado durante a validade do contrato, porém ainda não utilizado.

Energia Térmica Contratada Restante – UTE Termopernambuco

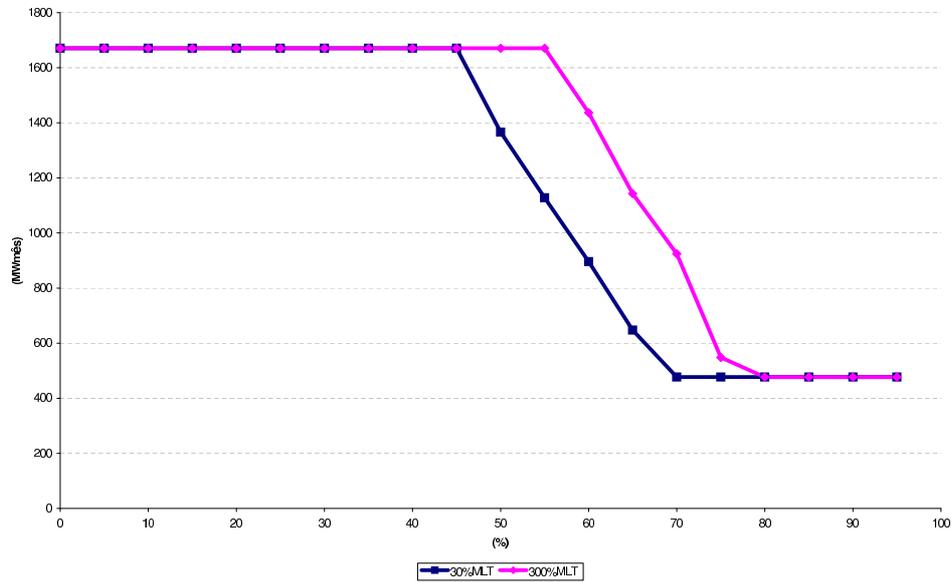


Figura 7.17: Curva de Permanência para *etc*, Período: Out/11 – UTE Termopernambuco

Energia Térmica Disponível – UTE Termopernambuco

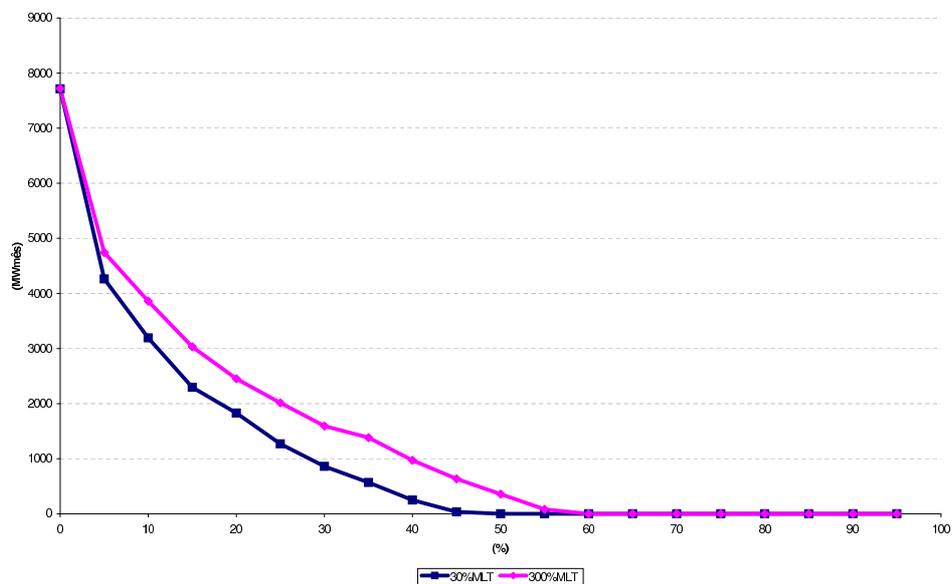


Figura 7.18: Curva de Permanência para *etd*, Período: Out/11 – UTE Termopernambuco

### Tempos Computacionais

Devido ao fato dos níveis dos reservatórios de energia térmica contratada e disponível para geração (ETC e ETD) serem variáveis de estado, há um aumento na dimensionalidade dos cortes de Benders ao se considerarem as cláusulas ToP. Assim, é esperado um aumento no tempo computacional de processamento para o cálculo da política ótima de operação do sistema, mesmo para um igual número de iterações realizadas.

Todos os resultados apresentados neste capítulo foram obtidos em um PC com processador Pentium D com 3 GHz de *clock*, 2 Gbyte de memória RAM, após 3 iterações do modelo NEWAVE. Assim, os tempos de processamento apresentados na figura 7.19 podem ser comparados diretamente.

Tempos Computacionais de Processamento

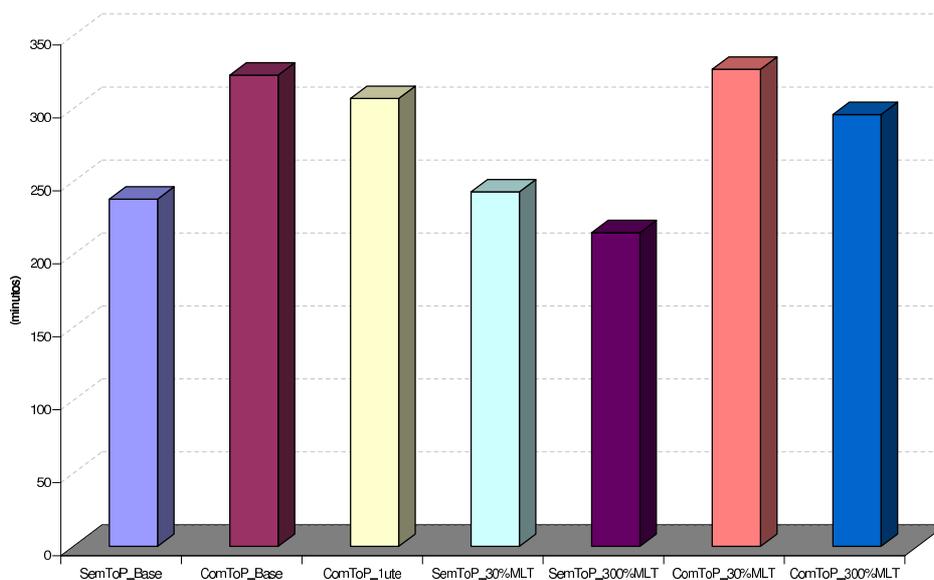


Figura 7.19: Tempos Computacionais de Processamento – 3 iterações

Ao comparar-se os casos rodados sem que as cláusulas ToP sejam consideradas com os seus equivalentes considerando-se as mesmas, há um aumento médio de 36% no tempo. Os tempos utilizados na figura 7.19 são apresentados na tabela 7.3. Para estes casos (4 termelétricas a GN modeladas), há um aumento de 8 variáveis de estado para cada problema de despacho resolvido (por estágio de tempo e série, para cada iteração).

Caso	Tempo de Processamento (minutos)		
	SemToP	ComToP	Aumento (%)
Base	238	323	35,71
30%MLT	243	327	34,57
300%MLT	215	296	37,67
lute		307	-

Tabela 7.3: Tempos Computacionais de Processamento – 3 iterações

Atualmente, a dimensão dos cortes de Benders varia de acordo com o mês do problema, pois depende de um número de afluências passadas dado pela ordem do modelo PAR(p), podendo valer entre 8 e 28, para um caso típico de PMO, sendo que as dimensões mais comumente encontradas são em torno de 14. Porém, de todas estas variáveis, apenas aquelas referentes às energias armazenadas finais não têm seu valor conhecido (as afluências não são variáveis de decisão). Desta forma, é esperado um aumento significativo no tempo de processamento do programa, haja vista que o número de variáveis de estado adicionadas é, também, significativo.

## 8

### Conclusões e Aprimoramentos Futuros

#### 8.1

##### Contribuições do Trabalho

A cada dia é dada maior importância para o processo de planejamento de qualquer sistema, dada a crescente necessidade de redução de custos de investimentos, visando a um maior lucro futuro e competitividade. No caso brasileiro, um bom planejamento da operação energética resulta em uma melhor alocação de recursos financeiros presentes (e futuros), possibilitando um melhor cronograma de investimentos.

Desta maneira, a pesquisa científica orientada neste campo visa a uma modelagem que represente da melhor maneira a operação do sistema energético, de modo que se possa, com um maior nível de confiança, planejar a operação ótima de todo o SIN.

Atualmente, principalmente devido às recentes descobertas de reservas de GN no Brasil, problemas políticos com a Bolívia, e uma maior integração continental dos países que formam o Mercosul, a correta modelagem dos contratos de fornecimento deste recurso pode evitar prejuízos financeiros em ambas as partes firmadoras dos contratos. Além disto, uma melhor utilização do GN permite que os outros segmentos de mercado, que não o de geração de energia, possam se beneficiar com uma maior disponibilidade do recurso, sem causar prejuízos ao processo de planejamento da operação energética.

A consideração da flexibilidade oferecida pelas cláusulas *take-or-pay* dos contratos de fornecimento de GN permite uma definição também mais flexível das metas de geração mensal das usinas termelétricas, evitando o desperdício de água afluente aos reservatórios. No processo atual, as metas de geração térmica são definidas pelos agentes geradores objetivando-se, sempre, um maior retorno financeiro aos mesmos. Ao se utilizar a

modelagem das cláusulas ToP no próprio modelo de planejamento da operação energética, tem-se uma melhor operação do SIN como um todo, conforme apresentado no capítulo 7.

Os resultados apresentados neste trabalho coincidem com os esperados. Para os casos determinísticos, observa-se uma redução dos custos totais de operação, ao observar-se série a série. Além disto, observa-se uma redução no vertimento de energia, principalmente nos períodos chuvosos, devido à não existência da restrição de geração térmica mínima para as usinas com contratos ToP. Esta geração era responsável por parte dos vertimentos, por fazer com que parcelas de geração térmica se tornassem compulsórias, independentemente do custo trazido ao SIN.

Nos resultados de casos estocásticos, observa-se um comportamento adequado do modelo também. Não é possível que se afirme que há uma redução ou aumento do custo total de operação, pois existe um intervalo de confiança para este custo, porém é notada uma significativa redução de vertimentos e uma operação mais intuitiva das usinas térmicas, por seguir o comportamento das afluências, gerando mais ou menos energia dependendo do cenário. Essa operação mais intuitiva é observada nos resultados obtidos ao variar-se a tendência hidrológica.

Como resultado da implementação desta nova modelagem para a inflexibilidade de compra de GN, tem-se um modelo de planejamento da operação energética a médio prazo mais próximo da operação real do SIN. Através deste novo modelo, podem ser realizados estudos que visem à definição de valores para os novos contratos de fornecimento de GN de modo a otimizar a operação de todo o sistema. Além disto, a consideração da flexibilidade da operação das usinas termelétricas a GN com contratos de fornecimento com cláusulas ToP resulta, a médio e longo prazo, em uma situação mais confiável do sistema, pelo melhor aproveitamento do potencial hidráulico, já que evita parte dos vertimentos turbináveis.

## **8.2 Aprimoramentos Futuros**

Atualmente, encontra-se em discussão a regulamentação de uma definição prévia das necessidades de GN por parte dos agentes geradores. Esta definição pode ser entendida como o *tempo de viagem do gás*, em analogia às restrições de tempo de viagem da água, consideradas em

modelos de menor horizonte de estudo. Tal como os fornecedores de GN precisam de um fluxo financeiro mínimo mensal, refletido na existência das cláusulas ToP, o desenvolvimento do mercado atual de GN os obriga a ter um melhor gerenciamento da sua disponibilidade de GN para todos os segmentos do mercado. Desta forma, há a possibilidade de se ter que efetuar a compra do GN com uma antecedência de 3 meses.

O modelo proposto neste trabalho, da maneira como está exposto, já permite uma definição de metas de GN a serem compradas nos meses do horizonte de planejamento, ao se analisar, por exemplo, o valor médio encontrado na otimização estocástica do sistema. Porém, a consideração explícita da compra antecipada de GN pode levar o sistema a operar de maneira ainda mais barata, sendo, assim, uma possibilidade interessante para estudos futuros.

Outros aprimoramentos que podem ser incorporados à atual modelagem são referentes às características dos contratos, como, por exemplo: variação mensal das grandezas envolvidas (custos e limites de fornecimento), ao longo do período de validade do contrato de fornecimento e a possibilidade de se informar mais de um contrato para uma mesma usina.

Finalmente, o processo de convergência ocorre de maneira mais lenta com o modelo proposto. Este fenômeno é esperado, visto que o número de variáveis de estado (dimensão do domínio da função de custo futuro) aumenta conforme aumenta o número de usinas termelétricas com suas cláusulas ToP modeladas. Assim, uma importante área de estudos está na aceleração do processo de convergência da PDDE. Através desta melhoria, minimiza-se o impacto no tempo computacional de processamento, causado pela modelagem de diversas termelétricas.

Outra maneira de se diminuir o impacto da inclusão de diversas usinas ToP no tempo computacional de processamento do modelo é através de uma agregação por região de contratos ToP. Em analogia aos subsistemas regionais utilizados pelo modelo NEWAVE, pode-se buscar uma agregação de contratos ToP de modo que um mesmo reservatório térmico possa representar mais de um contrato, diminuindo o número de variáveis de estado adicionadas aos problemas.

## Referências Bibliográficas

- [1] Manual de referência do modelo NEWAVE. Relatório técnico, CEPEL, Rio de Janeiro, 2000. 1, 3.1.1, 4.1.3, C.2.2
- [2] International Energy Agency. Flexibility in natural gas supply and demand. Relatório técnico, OECD/IEA, Paris, 2002. 5.5
- [3] Atlas de energia elétrica no Brasil. ANEEL, Brasília, 2005. 2ªed. 2.1, D
- [4] N.V. Arvanitidis e J. Rosing. Composite representation of a multireservoir hydroelectric power system. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-89(2):319–326, Fevereiro 1970. 2.2.2, 3.1.3
- [5] L.A. Barroso, B. Flach, R. Kelman, B. Bezerra, S. Binato, J.M. Bressane, e M.V.F. Pereira. Integrated gas-electricity adequacy planning in Brazil: Technical and economical aspects. *IEEE Power Engineering Society General Meeting*, 2005. 1.1, 2.1
- [6] J.F. Benders. Partitioning procedures for solving mixed variables programming problems. *Numerische Mathematik*, 4:238–252, 1962. 4.1.3, 4.3, B
- [7] J.R. Birge. Decomposition and partitioning methods for multistage stochastic linear programs. *Operations Research*, 33(5):989–1007, 1985. 4.1.2
- [8] H. Bolfarine e M. C. Sandoval. *Introdução à Inferência Estatística*. Coleção Matemática Aplicada. Sociedade Brasileira de Matemática, Rio de Janeiro, 2001. 4.3.2
- [9] J.F. Bonnans, J.C. Gilbert, C. Lemaréchal, e C. Sagastizábal. *Numerical Optimization – Theoretical and Practical Aspects*. Springer, Berlim, 2ª edição, 2006. 1, 4.3.1, 4.3.1

- [10] P.B. Cachapuz. *O Planejamento da Expansão do Setor de Energia Elétrica: a Atuação da Eletrobras e do Grupo Coordenador do Planejamento dos Sistemas Elétricos (GCPS)*, volume 1. Centro da Memória da Eletricidade no Brasil, Rio de Janeiro, 2002. 2.2.1
- [11] R.M. Chabar, M.V.F. Pereira, S. Granville, e L.A. Barroso. Otimização do gerenciamento do contrato de combustível de usinas térmicas em sistemas hidrotérmicos. Em *XVIII SNPTEE*, Curitiba, 2005. 6.1
- [12] ACIL Consulting. Review of New Zealand's gas sector. Nova Zelândia, 2001. 5.2.1
- [13] Agência Nacional de Energia Elétrica. Resolução normativa nº. 179, 2005. Brasília/DF. 6.1
- [14] L.A. Fortunato, T.A. Neto, e J.C. Albuquerque. *Introdução ao Planejamento da Expansão e Operação de Sistemas de Produção de Energia Elétrica*. EDUFF, Niterói, 1990. 1, 2.1, 2.2.1
- [15] A. Izmailov e M. Solodov. *Otimização – Condições de Otimalidade, Elementos de Análise Convexa e de Dualidade*. IMPA, Rio de Janeiro, 1 edição, 2005. 4.1.3, 4.1.3, 4.1.3, A
- [16] Z. S. Machado Jr. Modelo da expansão da geração a longo prazo considerando incertezas e garantia de suprimento. Dissertação de mestrado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 2000. 2.2.1
- [17] J. Kelman e M.V.F. Pereira. Critérios de avaliação para modelos de séries hidrológicas. Em *IV SNPTEE*, 1977. 4.2
- [18] A.L.D.S. Lima. *Uma Estratégia de Decomposição por Relaxação Lagrangeana para o Problema de Programação Diária Ótima de Sistemas Hidrotérmicos – Aplicação ao Unit Commitment das Unidades Hidroelétricas*. Tese de doutorado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 2007. 2.2.2, 2.2.2, 2.2.2
- [19] A.L.D.S. Lima, M.E.P. Maceira, e L.A. Terry. Modelagem da função de produção energética das usinas hidroelétricas nos modelos de otimização do planejamento a curto prazo e da programação do despacho de sistemas hidrotérmicos interligados. Em *IX SEPOPE*, Rio de Janeiro, 2004. 2.2.2

- [20] A.L.D.S. Lima, T.N. Santos, e M.E.P. Maceira. Short term security constrained hydrothermal scheduling for large scale systems considering transmission losses. Em *IEEE/PES Transmission and Distribution Conference and Exposition Latin America*, Caracas, 2006. 2.2.2
- [21] A.L.D.S. Lima, L.C.F. Souza, e M.E.P. Maceira. Estratégia de representação DC da rede elétrica no modelo de despacho da operação energética – DESSEM. Em *VIII SEPOPE*, Brasília, 2002. 2.2.2
- [22] E.L. Lima. *Curso de Análise*, volume 1. IMPA, Rio de Janeiro, 8ª edição, 2005. A
- [23] M.L.V. Lisboa, M.E.P. Maceira, A.C.G. Melo, C.H.M. Sabóia, L.G.B. Marzano, e C. Sagastizábal. An approach for long term generation and interconnection expansion planning of hydrothermal systems. Em *X SEPOPE*, Florianópolis/SC, 2006. 2.2.1
- [24] M.E.P. Maceira. Programação dinâmica dual estocástica aplicada ao planejamento da operação energética de sistemas hidrotérmicos com representação do processo estocástico de afluências por modelos autorregressivos periódicos. Relatório técnico, CEPEL, Rio de Janeiro, 1993. 4.3
- [25] M.E.P. Maceira, V.S. Duarte, D.D.J. Penna, L.A.M. Moraes, e R.N. Francisco. Manual do usuário do modelo NEWAVE. Relatório técnico, CEPEL, Rio de Janeiro, 2006. 1, 3.1.1, 4.1.3
- [26] M.E.P. Maceira, A.G.C. Melo, M.L.V. Lisboa, L.G.B. Marzano, e C.H.M. Sabóia. Manual de metodologia do modelo MELP. Relatório técnico, CEPEL, Rio de Janeiro, 2007. Relatório Técnico CEPEL nº. DP/DEA – 23615/07. 2.2.1
- [27] M.E.P. Maceira, C.M. Suano, e J.P. Costa. Modelo estratégico de geração hidrotérmica a subsistemas. Relatório técnico, CEPEL, Rio de Janeiro, 1993. 1, 3.1.1, 4.1.3
- [28] M.E.P. Maceira, L.A. Terry, F.S. Costa, J.P. Damázio, e A.C.G. Melo. Chain of optimization models for setting the energy dispatch and spot price in the Brazilian system. Em *14º PSCC*, Sevilha/Espanha, 2002. 1

- [29] M.E.P. Maceira, L.A. Terry, e A.L.D.S. Lima. Despacho de geração horário com representação detalhada de restrições hidráulicas. Em *VII SEPOPE*, Foz do Iguaçu, 2000. 2.2.2
- [30] J.M. Mejía e A. Brugman. Natural gas and electricity market issues in Colombia. *IEEE Power Engineering Society General Meeting*, 2005. 5.2.2
- [31] O.D. Mello e T. Ohishi. An integrated dispatch model of gas supply and thermoelectric generation with constraints on the gas supply. Em *X SEPOPE*, Florianópolis/SC, 2006. 6.1
- [32] A.J. Monticelli. *Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica*. Edgard Blücher, São Paulo, 1983. 2.2.2
- [33] W.L. Oliveira. Redução Ótima de cenários em programação estocástica – aplicação às vazões afluentes aos aproveitamentos hidroelétricos. Dissertação de mestrado, Associação Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada, Rio de Janeiro, Agosto 2007. 4.1.3, 4.1.3
- [34] M.V.F. Pereira. Optimal stochastic operations of large hydroelectric systems. *Electrical Power and Energy Systems*, 11(3):161–169, 1989. 4.2
- [35] M.V.F. Pereira e L.M.V.G. Pinto. Multi stage stochastic optimization applied to energy planning. *Mathematical Programming*, 52:359–375, 1991. 4.1.2, 4.3
- [36] A. Philpott e Z. Guan. On the convergence of sampling-based methods for multi-stage stochastic linear programs. <http://www.esc.auckland.ac.nz/EPOC/publications.html>, 2007. 4.1.2, 4.3.2
- [37] A.L.G. Pimentel, A.L.D.S. Lima, F.S. Costa, e L.N. Xavier. Modelo DECOMP – manual de referência versão 12.0. Relatório técnico, CEPEL, Rio de Janeiro, 2005. Relatório Técnico CEPEL nº. DP/DEA – 46491/05. 2.2.2
- [38] V.H.S. Rosa e L.H.B. Almeida. A termelétricidade a gás natural e o futuro da matriz elétrica brasileira – transição para o quê? Em *X SEPOPE*, Florianópolis/SC, 2006. 1.1, 5.3

- [39] A. Ruszczyński. Decomposition methods in stochastic programming. *Mathematical Programming*, 79:333–353, 1999. 4.1.2
- [40] T.N. Santos e A.L.D.S. Lima. Avaliação da performance da programação dinâmica dual em relação à definição dos estágios no problema de programação da operação. Em *XIX SNPTEE*, Rio de Janeiro, 2007. 2.2.2
- [41] E.L. Silva. *Formação de Preços em Mercados de Energia Elétrica*. Sagra-Luzzatto, Porto Alegre, 2001. 1
- [42] R. Van Slyke e R. Wets. L-Shaped linear programs with applications to optimal control and stochastic linear programs. *SIAM Journal of Applied Mathematics*, 14:1143–1151, 1966. 4.1.2

## Sumário das notações

$\langle x, y \rangle$	produto interno entre vetores $x$ e $y$
$\mathbb{E}_p$	valor esperado segundo a distribuição de probabilidades $p$
$\mathbb{N}$	conjunto dos números naturais
$\mathbb{R}$	conjunto dos números reais
$\nabla f$	gradiente da função $f$
$\partial f(x)$	subdiferencial da função $f$ no ponto $x$
$\mathcal{C}_{\mathcal{D}}$	conjunto das cotas inferiores do conjunto $\mathcal{D}$
$cl\mathcal{D}$	fecho do conjunto $\mathcal{D}$
$\bar{x}$	limite superior da variável $x$
$\underline{x}$	limite inferior da variável $x$
<hr/>	
$k$	índice de iteração
$q$	índice de cenário
$r$	índice de subsistema ou reservatório equivalente
$t$	índice de período
$w$	índice de classe térmica
<hr/>	
$\kappa$	número de cortes construídos
$\lambda$	multiplicador de Lagrange
$\mathcal{V}$	conjunto de soluções viáveis para o problema
$A_t$	matriz de restrições do período $t$
$E$	matriz de acoplamento de restrições entre períodos
$T$	número de períodos do problema
$b_t$	vetor constante das restrições do período $t$
$c_t(\cdot)$	função de custo para o período $t$
$z^t$	custo de operação do período $t$

## Sumário das notações

$\Omega_r$	conjunto de subsistemas conectados ao subsistema $r$
$CT_r$	conjunto de classes térmicas do subsistema $r$
<hr/>	
$F_{r,s}^t$	fluxo de intercâmbio do subsistema $r$ para o subsistema $s$ no período $t$
$D_r^t$	demanda líquida de energia a ser atendida para o subsistema $r$ no período $t$
$ed_r^t$	demanda de energia não atendida (déficit) para o subsistema $r$ no período $t$
$ea f_r^t$	energia afluyente ao reservatório $r$ no período $t$
$ea_r^t$	energia armazenada no final do período $t$ no subsistema $r$
$et_w^t$	montante de energia comprado pela usina $w$ no período $t$
$etc^t$	nível final do reservatório ETC no período $t$
$etd^t$	nível final do reservatório ETD no período $t$
$ev_r^t$	energia vertida do reservatório $r$ no período $t$
$evm_r^t$	energia de vazão mínima do reservatório $r$ no período $t$
$edf_t^r$	energia fio d'água desviada do subsistema $r$ no período $t$
$edv_t^r$	energia controlável desviada do subsistema $r$ no período $t$
$gh_r^t$	geração hidráulica do subsistema $r$ no período $t$
$gt_r^t$	geração térmica do subsistema $r$ no período $t$
$f_c^{r,t}$	fator de correção da energia controlável do subsistema $r$ no período $t$
$f_D^{r,t}$	fator de correção da energia armazenada do subsistema $r$ no período $t$
$\beta_r^t$	parcela controlável da energia afluyente ao reservatório $r$ no período $t$
$\eta_{s,r}^t$	fator de perdas de transmissão entre os subsistemas $s$ e $r$ no período $t$
$\gamma_{mes}$	parcela <i>take-or-pay</i> mensal
$\gamma_{ano}$	parcela <i>take-or-pay</i> anual
$x^t$	vetor de variáveis de decisão do período $t$

## A

# Conceitos de Programação Matemática

Este capítulo tem a finalidade de apresentar alguns conceitos básicos sobre Otimização, especialmente em seu caso convexo. As definições e resultados aqui presentes são citadas e provadas em diversas referências da literatura, como em [15] para os resultados de otimização e [22] para as definições de análise aqui utilizadas.

### A.1

#### Conceitos de Análise Matemática

Inicialmente, são apresentados os conceitos matemáticos que levam à definição de conjuntos compactos, utilizados nos resultados seguintes a este apêndice. Os primeiros conceitos importantes a se ver são os de conjuntos abertos e pontos aderentes a um conjunto.

**Definição A.1 (Conjuntos Abertos)** *Um conjunto  $\mathcal{D} \subset \mathbb{R}^n$  é dito ser aberto quando todos os seus pontos são interiores, ou seja, quando para cada  $x \in \mathcal{D}$ , existe  $\delta > 0$  tal que  $B(x; \delta) \subset \mathcal{D}$ .*

**Definição A.2 (Pontos Aderentes)** *Um ponto  $x \in \mathbb{R}^n$  diz-se aderente a um conjunto  $\mathcal{D} \subset \mathbb{R}^n$  quando é limite de uma seqüência de pontos deste conjunto.*

Como exemplo, todo ponto  $x \in \mathcal{D}$  é aderente ao conjunto  $\mathcal{D}$ , já que pode se escrever  $a = \lim_{k \rightarrow \infty} x^k$ , com  $x^k = a$ , para todo  $k \in \mathbb{N}$ . O caso mais importante a se considerar é quando  $x \notin \mathcal{D}$ . Seja o conjunto aberto dado pela bola da figura A.1,  $B = \{y \in \mathbb{R}^2 : \|y - x\| < r\}$ .

Os pontos localizados sobre a borda da bola (destacada em azul) não pertencem ao conjunto  $B$ , porém são aderentes a ele, já que podem ser pensados como limites de seqüências do conjunto. O conjunto dos pontos aderentes a um conjunto  $B \subset \mathbb{R}^n$  é denominado de fecho do conjunto, e representado por  $clB$ .

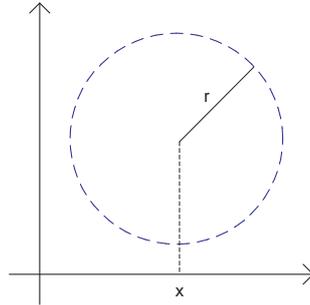


Figura A.1: Conjunto Aberto em  $\mathbb{R}^2$

Dada a definição de pontos aderentes a um conjunto, a definição de conjunto fechado é facilmente entendida:

**Definição A.3 (Conjuntos Fechados)** *Um conjunto  $\mathcal{D} \subset \mathbb{R}^n$  é dito fechado quando contém todos os seus pontos aderentes, ou seja,  $\mathcal{D} = cl\mathcal{D}$ .*

Para que o conceito de conjuntos compactos seja introduzido, é necessária a definição de conjuntos limitados.

**Definição A.4 (Conjuntos Limitados)** *Um conjunto  $\mathcal{D} \subset \mathbb{R}^n$  é dito limitado se existe um número real  $0 < c < \infty$  tal que  $\|x\| < c$ , para todo  $x \in \mathcal{D}$ .*

De forma direta, um conjunto compacto pode agora ser definido:

**Definição A.5 (Conjuntos Compactos)** *Um conjunto  $\mathcal{K} \subset \mathbb{R}^n$  é dito ser compacto quando é fechado e limitado.*

Os conjuntos compactos têm grande importância de estudo. O teorema A.1 a seguir, por exemplo, é utilizado posteriormente para se provar a existência de soluções de problemas de minimização, através do Teorema de Weierstrass.

**Teorema A.1 (Imagem de um Compacto por uma Função Contínua)**

*Seja  $f : \mathcal{D} \rightarrow \mathbb{R}^n$  contínua no conjunto  $\mathcal{D} \subset \mathbb{R}^n$ . Para todo subconjunto compacto  $\mathcal{K} \subset \mathcal{D}$ , sua imagem  $f(\mathcal{K})$  é compacta.*

*Prova.* Primeiro, é mostrado que  $f(\mathcal{K})$  é fechado em  $\mathbb{R}^n$ . Seja, então,  $y \in \mathbb{R}^n$  aderente a  $f(\mathcal{K})$ . Então,

$$y = \lim_{k \rightarrow \infty} f(x^k), \quad x^k \in \mathcal{K}, \forall k \in \mathbb{N}. \tag{A-1}$$

Pela compacidade de  $\mathcal{K}$ , uma subsequência  $\{x^{k_j}\}$  converge para um certo ponto  $x \in \mathcal{K}$ . Segue, então, que:

$$y = \lim_{j \rightarrow \infty} f(x^{k_j}) = f(\lim_{j \rightarrow \infty} x^{k_j}) = f(x), \quad (\text{A-2})$$

de onde se conclui que  $y \in f(\mathcal{K})$ .

Agora, falta provar que  $f(\mathcal{K})$  é limitado. Esta prova é realizada por contradição. Caso  $f(\mathcal{K})$  não fosse limitado, seria possível, para cada  $k \in \mathbb{N}$ , obter um ponto  $x^k \in \mathcal{K}$  tal que  $|f(x^k)| > k$ . Então, a seqüência  $\{f(x^k)\}$  não admitiria subsequências convergentes. Porém,  $\{x^k\}$  tem uma subsequência  $\{x^{k_j}\}$  convergente, com  $\lim_{j \rightarrow \infty} x^{k_j} = x \in \mathcal{K}$ .

A continuidade de  $f$  resulta, então em:

$$f(x) = f(\lim_{j \rightarrow \infty} x^{k_j}) = \lim_{j \rightarrow \infty} f(x^{k_j}), \quad (\text{A-3})$$

o que é uma contradição. ■

## A.2 Conceitos de Otimização

Dadas as definições básicas de análise, seguem as definições de minimizadores locais e globais de uma função sobre um conjunto, importantes na otimização.

**Definição A.6 (Minimizadores Locais)** *Um ponto  $\bar{x} \in \mathcal{D} \subset \mathbb{R}^n$  é dito ser minimizador local da função  $f(x) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  em  $\mathcal{D}$  se existe um  $\epsilon > 0$ ,  $\epsilon \in \mathbb{R}$  tal que:*

$$f(\bar{x}) \leq f(x), \forall x \in B(\bar{x}; \epsilon), \quad (\text{A-4})$$

onde  $B(\bar{x}; \epsilon)$  é a bola com centro em  $\bar{x}$  de raio  $\epsilon$ , ou seja,  $B(\bar{x}; \epsilon) = \{x \in \mathbb{R}^n : \|x - \bar{x}\| \leq \epsilon\}$ .

**Definição A.7 (Minimizadores Globais)** *Um ponto  $\bar{x} \in \mathcal{D} \subset \mathbb{R}^n$  é dito ser minimizador global da função  $f(x) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  em  $\mathcal{D}$  se:*

$$f(\bar{x}) \leq f(x), \forall x \in \mathcal{D}. \quad (\text{A-5})$$

Um último conceito utilizado neste trabalho é o de ínfimo de um conjunto. O ínfimo  $v$  de um conjunto  $\mathcal{D} \subset \mathbb{R}$ , denotado tipicamente por

$\inf \mathcal{D}$ , é definido como sendo a maior das cotas inferiores deste conjunto. Quando o ínfimo existe, este é um valor único. Seja  $\mathcal{C}_{\mathcal{D}}$  o conjunto das cotas inferiores de  $\mathcal{D}$ , definido como:

$$\mathcal{C}_{\mathcal{D}} = \{v_0 \in \mathbb{R} : v_0 \leq x, \forall x \in \mathcal{D}\}. \quad (\text{A-6})$$

Assim, o ínfimo  $v$  do conjunto  $\mathcal{D}$  é definido como o valor máximo de  $v_0$ , entre todos os que formam  $\mathcal{C}_{\mathcal{D}}$ :

$$v := \arg \max_{v_0 \in \mathcal{C}_{\mathcal{D}}} v_0. \quad (\text{A-7})$$

Desta forma, se  $v = \inf \mathcal{D}$ , então, para todo  $\delta > 0$ , existe  $\bar{x}$  pertencente ao conjunto  $\mathcal{D}$  tal que  $v \leq \bar{x} \leq v + \delta$ . Este resultado é trivial pois, caso não ocorresse para algum  $\delta$ ,  $v$  não seria a cota inferior máxima, já que  $v + \delta$  seria uma outra cota inferior, o que levaria a uma contradição na definição de ínfimo. Resultado análogo a esta análise é utilizado na demonstração do teorema de Weierstrass.

Finalmente podem ser apresentadas as condições de exigência para a garantia de existência de soluções globais, ou seja, as condições para que o problema de minimizar  $f$  sobre um conjunto  $\mathcal{D} \subset \mathbb{R}^n$  tenha solução. O primeiro resultado, e mais difundido na literatura, é o Teorema de Weierstrass.

**Teorema A.2 (Teorema de Weierstrass)** *Sejam  $\mathcal{D} \subset \mathbb{R}^n$  um conjunto compacto não vazio e  $f : \mathcal{D} \rightarrow \mathbb{R}$  uma função contínua. Então, os problemas:*

$$\min_{x \in \mathcal{D}} f(x) \quad e \quad \max_{x \in \mathcal{D}} f(x) \quad (\text{A-8})$$

*têm soluções globais.*

*Prova.* É apresentada a existência de um minimizador global. De maneira análoga, pode ser provada a existência de um maximizador.

A imagem de um conjunto compacto por uma função contínua é compacta. Desta forma, o conjunto  $Im = \{v \in \mathbb{R} : v = f(x), \text{ para algum } x \in \mathcal{D}\}$  é compacto. Assim, o conjunto  $Im$  é limitado superior e inferiormente. Ou seja:

$$-\infty < \bar{v} = \inf_{x \in \mathcal{D}} f(x), \quad (\text{A-9})$$

Pela definição de ínfimo, para todo  $k \in \mathbb{N}$  existe um  $x^k \in \mathcal{D}$  tal que:

$$\bar{v} \leq f(x^k) \leq \bar{v} + 1/k. \quad (\text{A-10})$$

Tomando-se o limite  $k \rightarrow \infty$ , conclui-se que:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} f(x^k) = \bar{v}. \quad (\text{A-11})$$

Como  $\{x^k\} \subset \mathcal{D}$  e  $\mathcal{D}$  é compacto, a seqüência  $\{x^k\}$  é limitada. Desta forma, existe uma subsequência  $\{x^{k_j}\}$  que converge a um ponto  $\bar{x}$  de  $\mathcal{D}$ :

$$\lim_{j \rightarrow \infty} x^{k_j} = \bar{x} \in \mathcal{D}. \quad (\text{A-12})$$

E, pela continuidade de  $f$ ,

$$\lim_{j \rightarrow \infty} f(x^{k_j}) = f(\bar{x}). \quad (\text{A-13})$$

Assim, tem-se que  $f(\bar{x}) = \bar{v}$ , isto é,  $f$  assume o seu valor mínimo em  $\mathcal{D}$  no ponto  $\bar{x} \in \mathcal{D}$ . Assim,  $\bar{x}$  é um minimizador global do problema. ■

Agora um resultado apresentado na seção 4.1.3 é provado. Como corolário do Teorema de Weierstrass, pode-se relaxar a exigência de que o conjunto  $\mathcal{D}$  seja compacto, desde que a função  $f$  seja coerciva, nos moldes da definição 4.3.

**Corolário A.3** *Sejam  $\mathcal{D} \subset \mathbb{R}^n$  e  $f : \mathcal{D} \rightarrow \mathbb{R}$  uma função contínua coerciva em  $\mathcal{D}$ . Então, o problema:*

$$\min_{x \in \mathcal{D}} f(x) \quad (\text{A-14})$$

*tem solução global.*

*Prova.* Se  $f$  é coerciva, toda seqüência  $\{x^k\} \subset \mathcal{D}$  tal que  $\|x^k\| \rightarrow \infty$  ou  $\{x^k\} \rightarrow x \in cl\mathcal{D} \setminus \mathcal{D}$ , implica que  $\limsup_{k \rightarrow \infty} f(x^k) = +\infty$ .

Seja, então, o conjunto de nível  $L_{f,\mathcal{D}}(c) = \{x \in \mathcal{D} : f(x) \leq c\}$ , tal que  $c$  seja grande o suficiente para que  $L_{f,\mathcal{D}}(c) \neq \emptyset$ .

Desta forma, provando-se que  $L_{f,\mathcal{D}}(c)$  é compacto, garante-se a existência de minimizador, pelo teorema de Weierstrass, já que, para todo  $x \notin L_{f,\mathcal{D}}(c)$ , tem-se  $f(x) > f(y)$ , para todo  $y \in L_{f,\mathcal{D}}(c)$ .

Primeiramente, prova-se que  $L_{f,\mathcal{D}}(c)$  é limitado. Se isto ocorre, então existe  $m > 0$  tal que  $x \in L_{f,\mathcal{D}}(c) \Rightarrow \|x\| \leq m$ , onde  $0 < m < +\infty$ .

Supondo que  $L_{f,\mathcal{D}}(c)$  não seja limitado, então existe uma seqüência  $\{x^k\} \subset \mathcal{D}$  tal que  $\lim_{k \rightarrow \infty} \|x^k\| = +\infty$ .

Porém, como  $f$  é coerciva,  $\limsup_{k \rightarrow \infty} f(x^k) = +\infty$ . E, como  $f$  é contínua,

$$\limsup_{k \rightarrow \infty} f(x^k) = \lim_{k \rightarrow \infty} f(x^k). \quad (\text{A-15})$$

Porém, pela definição de  $L_{f,\mathcal{D}}(c)$ ,  $f(x^k) \leq c$ , para todo  $x^k \in \{x^k\}$ . Assim,  $c \geq \infty$ , o que leva a uma contradição. Logo,  $L_{f,\mathcal{D}}(c)$  é limitado.

O próximo passo é provar que o conjunto  $L_{f,\mathcal{D}}(c)$  é fechado. Seja, então, a seqüência  $\{x^k\} \subset L_{f,\mathcal{D}}(c)$  tal que  $\{x^k\} \rightarrow \bar{x} \notin L_{f,\mathcal{D}}(c)$ , para  $k \rightarrow \infty$ . Como  $\{x^k\} \in L_{f,\mathcal{D}}(c)$ ,  $f(x^k) \leq c$ , para todo  $x^k \in \{x^k\}$ .

A única opção para que isto ocorra é que  $\bar{x} \in cl\mathcal{D} \setminus \mathcal{D}$ , pois  $\bar{x} \in L_{f,\mathcal{D}}(c)$ , já que, pela continuidade de  $f$ :

$$\lim_{k \rightarrow \infty} f(x^k) = f(\bar{x}) \quad \text{e} \quad f(x^k) \leq c \Rightarrow f(\bar{x}) \leq c. \quad (\text{A-16})$$

Assim,  $\bar{x} \in cl\mathcal{D} \setminus \mathcal{D}$ .

Porém,  $f$  é coerciva e contínua. Logo,

$$\limsup_{k \rightarrow \infty} f(x^k) = +\infty \quad \text{para} \quad \{x^k\} \rightarrow \bar{x} \in cl\mathcal{D} \setminus \mathcal{D}. \quad (\text{A-17})$$

Logo, tem-se uma contradição:

$$f(\bar{x}) \leq c \quad \text{mas} \quad \limsup_{k \rightarrow \infty} f(x^k) = f(\bar{x}) = +\infty, \quad (\text{A-18})$$

o que leva a  $c \geq +\infty$ .

Assim, prova-se que  $L_{f,\mathcal{D}}(c)$  é fechado. Desta forma,  $L_{f,\mathcal{D}}(c)$  é compacto. pelo teorema de Weierstrass, então, o problema:

$$\min_{x \in L_{f,\mathcal{D}}(c)} f(x) \quad (\text{A-19})$$

tem solução  $\tilde{v} := \min_{x \in L_{f,\mathcal{D}}(c)} f(x)$ . Pela definição de  $L_{f,\mathcal{D}}(c)$ :

$$x \in \mathcal{D} \setminus L_{f,\mathcal{D}}(c) \Rightarrow f(x) > f(\tilde{x}), \forall \tilde{x} \in L_{f,\mathcal{D}}(c). \quad (\text{A-20})$$

Assim, para  $\tilde{x}$  definido anteriormente,

$$x \in \mathcal{D} \setminus L_{f,\mathcal{D}}(c) \Rightarrow f(x) > f(\tilde{x}) = \tilde{v} \Rightarrow \tilde{v} < f(x), \forall x \in \mathcal{D} \setminus L_{f,\mathcal{D}}(c). \quad (\text{A-21})$$

Assim,  $\tilde{v}$  é o valor ótimo do problema  $\min_{x \in D} f(x)$ , provando-se que, satisfeitas as hipóteses, o problema (A-14) tem solução. ■

## B Decomposição de Benders

É apresentada neste anexo, de maneira sucinta, a decomposição de Benders, [6], contando com a definição de cortes de otimalidade e viabilidade. Vale ressaltar que o modelo NEWAVE não utiliza cortes de viabilidade em sua formulação, haja vista o fato de que todos os problemas resolvidos por ele têm sua viabilidade garantida com a inclusão de variáveis de folga, quando necessárias.

Como exemplo, o atendimento ao mercado possui a variável de déficit de energia como folga em suas restrições equivalentes. Esta variável é representada através da inclusão de uma usina *artificial* com capacidade de geração e custo de operação refletindo a profundidade e custo de déficit, respectivamente.

### B.1 Definição do Processo

Seja o problema estocástico de dois estágios:

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_{x, x_q^2} c_x^\top x + \sum_q p_q c_q^\top x_q^2 \\ ci_x \leq x \leq cs_x \\ C_x x \leq d_x \\ ci_q \leq x_q^2 \leq cs_q \\ C_q x_q^2 \leq d_q \\ B_q x_q^2 \leq b_q - A_q x, \text{ para } q \leq Q. \end{array} \right. \quad (\text{B-1})$$

O método de decomposição de Benders resolve

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_x c_x^\top x + \sum_q p_q V_q^k(x) \\ ci_x \leq x \leq cs_x \\ C_x x \leq d_x, \end{array} \right. \quad (\text{B-2})$$

onde a função  $\sum_q p_q V_q^k(x)$  aproxima iterativamente  $\sum_q p_q c_q^\top x_q^2$  usando cortes de viabilidade e otimalidade. Desta forma, o problema (B-2) pode

ser reescrito como:

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_{x,\alpha} c_x^\top x + \alpha \\ ci_x \leq x \leq cs_x \\ C_x x \leq d_x \\ M_{viab}^k x + l_{viab}^k \leq 0 \\ M_{otim}^k x + l_{otim}^k \leq \alpha, \end{array} \right. \quad (\text{B-3})$$

que são definidos ao longo do processo iterativo. O novo  $x^{k+1}$  resolve o problema linear (B-3), e é usado como entrada para definir novos cortes, que são acrescentados a  $M_{otim}^{k+1}$  e  $l_{otim}^{k+1}$ , ou a  $M_{viab}^{k+1}$  e  $l_{viab}^{k+1}$ . O processo pára quando:

$$\delta := \sum_q p_q v_q(x^n) - \max_{k \leq n} \{M_{otim}^k x^n + l_{otim}^k\} \quad (\text{B-4})$$

é menor que uma tolerância pré-fixada.

## B.2

### Definição dos Cortes de Otimalidade

Seja o programa linear, que deve ser resolvido para cada variável de segundo estágio  $x_q^2$ , escrito sob a forma geral:

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_{x^2} c^\top x^2 \\ ci \leq x^2 \leq cs \\ Cx^2 \leq d \\ Bx^2 \leq b - Ax_k, \end{array} \right. \quad (\text{B-5})$$

onde  $x_k$  representa a variável de primeiro estágio. Seja, então,  $x_k^2$  uma solução do problema acima, e seja  $\lambda^k$  o multiplicador ótimo associado com a restrição  $Bx^2 \leq b - Ax_k$ . Escrevendo o problema dual, tem-se que:

$$v(x) \geq c^\top x_k^2 + \lambda^{k\top} (Ax - b + Bx_k^2). \quad (\text{B-6})$$

Desta forma, a equação (B-6) representa a forma como o corte deve ser acrescentado ao problema de primeiro estágio. Mais precisamente, sejam  $Q$  problemas de 2º estágio, conforme apresentado em (B-5), com os dados dependendo de  $q$ , o cenário de realização de segundo estágio. Para cada problema, sejam  $\lambda_q^k$  o multiplicador de Lagrange da restrição  $Bx^2 \leq b - Ax_k$  e  $p_q$  a probabilidade de ocorrência, para cada cenário. O corte inserido no problema de 1º estágio é a média:

$$\sum_{q=1}^Q p_q \left( c_q^\top x_{q,k}^2 + \lambda_q^{k\top} (A_q x - b_q + B_q x_{q,k}^2) \right). \quad (\text{B-7})$$

Assim sendo, a matrix  $M_{otim}^{k+1}$  é definida a partir de  $M_{otim}^k$ , acrescentada da linha:

$$\sum_{q=1}^Q p_q \lambda_q^{k\top} A_q. \quad (\text{B-8})$$

Da mesma maneira, o vetor  $l_{otim}^{k+1}$  é definido a partir de  $l_{otim}^k$ , acrescentado da componente:

$$\sum_{q=1}^Q p_q \left( c_q^\top x_{q,k}^2 + \lambda_q^{k\top} (-b_q + B_q x_{q,k}^2) \right). \quad (\text{B-9})$$

Porém, a variável de 1º estágio escolhida pode levar a restrições inviáveis para o problema de 2º estágio. O tratamento dado a estes casos é apresentado na próxima seção.

### B.3

#### Definição dos Cortes de Viabilidade

Durante o processo iterativo, o problema de 2º estágio é resolvido para diversos valores distintos de  $x$ . Não há garantias de que os problemas de 2º estágio sejam todos viáveis, para todos os valores de  $x$ . Desta forma, somente serão resolvidos estes problemas quando houver a garantia de que todos sejam viáveis.

Para a verificação da viabilidade, é acrescentada a resolução de um problema linear por cenário, anteriormente à resolução dos problemas de 2º estágio propriamente ditos. Esta seção descreve este problema e os cortes de viabilidade que são acrescentados ao problema de 1º estágio, caso haja alguma inviabilidade.

Seja um cenário  $q$  qualquer. A restrição  $Bx^2 \leq b - Ax_k$  em (B-5) pode tornar o problema de 2º estágio inviável, o que significa tornar o seu problema dual ilimitado, ou seja,  $\lambda^k = +\infty$ . Para garantir-se que o valor  $x_k$  enviado do 1º para o 2º estágio gere uma restrição viável, pode-se, antes de resolver (B-5), minimizar a violação desta restrição. Seja  $b \in \mathbb{R}^m$  no problema (B-5). Assim, a minimização da violação é representada pela função  $u(x_k)$ , definida como:

$$u(x_k) := \begin{cases} \min_{x^2, s} \sum_{i=1}^m s_i \\ ci \leq x^2 \leq cs \\ Cx^2 \leq d \\ Bx^2 - s \leq b - Ax_k. \end{cases} \quad (\text{B-10})$$

Caso o valor de  $x_k$  passado para o 2º estágio torne a restrição  $Bx^2 \leq b - Ax_k$  viável, então o problema (B-10) tem solução  $s^* = 0$ . Desta forma, o valor ótimo do problema é nulo – não há restrições violadas. Se isto ocorre para todos os cenários  $q$ , pode-se passar a resolver os problemas lineares do 2º estágio, gerando-se cortes de otimalidade.

Caso contrário, existem cenários  $q$  para os quais o valor ótimo do problema (B-10) seja estritamente maior do que 0. Neste caso, deve-se gerar um corte de viabilidade, evitando-se que valores de  $x$  que levem a inviabilidades de 2º estágio sejam escolhidos no 1º estágio.

Seja  $q$  um cenário para o qual ocorreu a violação da restrição  $B_q x_q^2 - s_q \leq b_q - A_q x_k$ , e seja  $\pi_q^k$  o multiplicador associado a esta restrição. Seja  $(x_k^2, s^k)$  a solução do problema (B-10) e seja  $1^\top$  um vetor com  $m$  componentes iguais a 1. Escrevendo-se o problema dual de (B-10), tem-se que

$$u_q(x) \geq 1^\top s^k + \pi_q^{k\top} (Ax - b + Bx_k^2 - s^k). \quad (\text{B-11})$$

Da mesma maneira, este é o corte que deve ser acrescentado ao problema de 1º estágio. De forma mais precisa, caso existam  $Q_{inviab}$  problemas de 2º estágio do tipo (B-10) com valor ótimo positivo – o que corresponde a problemas (B-5) inviáveis, o corte de viabilidade do 1º estágio é a média destes  $Q_{inviab}$  problemas:

$$\sum_{q \in Q_{inviab}} p_q \left( 1^\top s_q^k + \pi_q^{k\top} (A_q x - b_q + B_q x_{q,k}^2 - s_q^k) \right). \quad (\text{B-12})$$

Assim sendo, a matriz  $M_{viab}^{k+1}$  é definida a partir de  $M_{viab}^k$  acrescentando-se a linha:

$$\sum_{q \in Q_{inviab}} p_q \pi_q^{k\top} A_q, \quad (\text{B-13})$$

e o vetor  $l_{viab}^{k+1}$  definido a partir de  $l_{viab}^k$  acrescentando-se a componente

$$\sum_{q \in Q_{inviab}} p_q \left( 1^\top s_q^k + \pi_q^{k\top} (-b_q + B_q x_{q,k}^2 - s_q^k) \right). \quad (\text{B-14})$$

Cabe ressaltar que, quando utilizam-se pacotes comerciais para resol-

ver os PLs de 2º estágio, é possível formular os subproblemas (B-5) em sua forma dual, de maneira a se obter cortes de otimalidade ou de viabilidade sem ter que se resolver um segundo PL da forma (B-10).

Com efeito, quando  $x_k$  define um problema da forma (B-5) inviável, o seu dual é ilimitado. Assim, os pacotes comerciais têm como saída uma direção de recessão<sup>1</sup>, que nada mais é senão o corte de viabilidade (B-11). Desta forma, pode-se resolver sempre o problema dual, e, em caso de inviabilidade, o corte de viabilidade já é retornado, diminuindo o esforço computacional extra de resolução de um outro PL.

<sup>1</sup>Uma direção  $d \in \mathbb{R}^n$  é dita ser de recessão do conjunto convexo  $\mathcal{D} \subset \mathbb{R}^n$  quando  $x + td \in \mathcal{D}$ , para todo  $x \in \mathcal{D}$  e todo  $t \in \mathbb{R}_+$ .

## C

### Cálculo dos Cortes de Benders no Modelo NEWAVE

Neste apêndice é apresentado o cálculo dos cortes de Benders (hiperplanos suporte da função valor) construídos pelo modelo NEWAVE, explicitando-se as variáveis envolvidas, contemplando a modelagem das cláusulas ToP. Duas variantes são apresentadas: na primeira delas, todos os limites de variáveis e restrições são independentes do nível inicial de armazenamento. Nesta variante, o acoplamento entre os estágios é representado por uma matriz,  $E_{t-1}$ , podendo-se utilizar os resultados do corolário 4.3 no cálculo dos subgradientes.

A segunda variante de modelagem considera o nível inicial de armazenamento para definir limites de algumas variáveis, como a geração hidráulica máxima. Neste caso, o acoplamento entre períodos não pode mais ser representado por uma matriz, como no caso anterior, sendo necessários os resultados do teorema 4.2 para o cálculo dos subgradientes das funções valor destes problemas.

Tendo em vista uma maior clareza na notação neste apêndice, os índices referentes a subsistemas são omitidos, bem como aqueles referentes a patamares (déficit e mercado), e termelétricas. As variáveis envolvidas devem ser entendidas como vetores ou matrizes quando for o caso; a sua extensão por subsistemas/termelétricas/patamares é direta, ao considerarem-se características como as diferentes ordens nos ajustes dos modelos PAR, por exemplo.

Inicialmente, é apresentada na seção C.1 uma introdução sobre os problemas de despacho hidrotérmico resolvidos no NEWAVE.

#### C.1

##### Problemas de Despacho Hidrotérmico

Um problema de despacho hidrotérmico de um período  $t$  do horizonte de estudo, série  $j$  e abertura  $i$ , resolvido pelo modelo NEWAVE em sua

fase *backward*, pode ser escrito sob a forma:

$$\begin{aligned} \min_{x^t, \alpha_{t+1}} \quad & c_t^\top x^t + \alpha_{t+1} \\ \text{s.a.} \quad & \begin{cases} A_t x^t & \geq b_t - e_{t-1}(x^{t-1}) \\ (\pi_k^{t+1})^\top x^t + \alpha_{t+1} & \geq z_k^{t+1} + (\pi_k^{t+1})^\top x_k^t, \quad k = 1, \dots, \kappa, \end{cases} \end{aligned} \quad (\text{C-1})$$

onde  $\kappa$  representa o número de cortes construídos até a iteração corrente do algoritmo.

Ao resolver-se este problema para diversas aberturas referentes às séries hidrológicas, pode-se construir um corte de otimalidade a ser passado para o problema do estágio imediatamente anterior,  $t - 1$ , tal como apresentado na seção B.2. Neste apêndice, inicialmente, é apresentada a formulação do subgradiente resultante da solução do problema (C-1) para uma abertura  $i$  específica.

Explicitando-se as restrições do problema (C-1) que contêm coeficientes não-nulos para as variáveis de estado (energias armazenadas, afluentes passadas, e níveis dos reservatórios térmicos), tem-se o seguinte problema equivalente:

$$\begin{aligned} \min_{x^t, \alpha_{t+1}} \quad & c_t^\top x^t + \alpha_{t+1} \\ \text{s.a.} \quad & \begin{cases} ea^t = ea_j^{t-1} + f_c^t \cdot (\beta^t eaf_{j,i}^t) - evm^t - edv^t - gh^t - ev^t \\ etd^t = etd_j^{t-1} + et^t - gt^t \\ etc^t = etc_j^{t-1} - et^t \\ \alpha_{t+1} \geq z_k^{t+1} + (\pi_{EA,k}^{t+1})^\top (ea^t - ea_k^t) + \\ \quad (\pi_{AF-1,k}^{t+1})^\top (eaf_{j,i}^t - eaf_k^t) + \\ \quad (\pi_{AF-2,k}^{t+1})^\top (eaf_j^{t-1} - eaf_k^{t-1}) + \dots + \\ \quad (\pi_{AF-p_{t+1},k}^{t+1})^\top (eaf_j^{t-(p_{t+1}-1)} - eaf_k^{t-(p_{t+1}-1)}) + \\ \quad (\pi_{EC,k}^{t+1})^\top (etc^t - etc_k^t) + \\ \quad (\pi_{ED,k}^{t+1})^\top (etd^t - etd_k^t), \quad k = 1, \dots, \kappa \\ A'_t x^t \geq b', \end{cases} \end{aligned} \quad (\text{C-2})$$

onde  $p_{t+1}$  representa a ordem do modelo PAR para o período  $t + 1$ . Porém, o vetor de afluições  $eaf_{j,i}^t$  também é gerado a partir das afluições passadas através de um modelo PAR, de ordem  $p_t$ , da forma:

$$eaf_{j,i}^t = \varphi_1^t eaf_j^{t-1} + \varphi_2^t eaf_j^{t-2} + \dots + \varphi_{p_t}^t eaf_j^{t-p_t} + \xi_i^t. \quad (\text{C-3})$$

Desta forma, a equação de balanço hídrico se torna:

$$ea^t = ea_j^{t-1} + f_c^t \beta^t (\varphi_1^t eaf_j^{t-1} + \varphi_2^t eaf_j^{t-2} + \dots + \varphi_{p_t}^t eaf_j^{t-p_t} + \xi_i^t) - evm^t - edv^t - gh^t - ev^t. \quad (C-4)$$

Da mesma maneira, escrevendo-se os cortes de Benders em função das variáveis de estado, chega-se à fórmula:

$$\begin{aligned} \alpha_{t+1} \geq & z_k^{t+1} + (\pi_{EA,k}^{t+1})^\top (ea^t - ea_k^t) + \\ & (\pi_{AF-1,k}^{t+1})^\top (\varphi_1^t eaf_j^{t-1} + \varphi_2^t eaf_j^{t-2} + \dots + \varphi_{p_t}^t eaf_j^{t-p_t} + \xi_i^t - eaf_k^t) + \\ & (\pi_{AF-2,k}^{t+1})^\top (eaf_j^{t-1} - eaf_k^{t-1}) + \dots + \\ & (\pi_{AF-p_{t+1},k}^{t+1})^\top (eaf_j^{t-(p_{t+1}-1)} - eaf_k^{t-(p_{t+1}-1)}) + \\ & (\pi_{EC,k}^{t+1})^\top (etc^t - etc_k^t) + \\ & (\pi_{ED,k}^{t+1})^\top (etd^t - etd_k^t). \end{aligned} \quad (C-5)$$

## C.2

### Cálculo dos Cortes de Benders

#### C.2.1

##### Acoplamento Linear Entre Períodos

Nesta seção, o acoplamento entre os períodos no horizonte de planejamento considerado é feito através de uma matriz, ou seja,  $e_{t-1}(\cdot) = E_{t-1}$ . Desta forma, sejam  $\lambda_{j,i}^t$  o vetor de multiplicadores de Lagrange das restrições que acoplam o problema do estágio  $t$  a informações passadas, da abertura  $i$ , da série  $j$ , e a matriz  $E_{t-1}$  a responsável por este acoplamento na forma  $A_t x^t = b_t - E_{t-1} x^{t-1}$ . Então, conforme provado no corolário 4.3, o vetor  $E_{t-1}^\top \lambda_{j,i}^t$  é um subgradiente para a função valor  $v_t$  no ponto  $x_j^{t-1}$ , abertura  $i$ .

De modo a simplificar a notação, seja  $\pi_{j,i}^t = E_{t-1}^\top \lambda_{j,i}^t$ . A componente  $\ell$  do subgradiente  $\pi_{j,i}^t$  nada mais é do que o somatório:

$$(\pi_{j,i}^t)_\ell = \sum_{r=1}^{R_t} (\lambda_{j,i}^t)_r (E_{t-1})_{r,\ell}, \quad (C-6)$$

onde a notação  $(E_{t-1})_{r,\ell}$  representa o elemento da  $r$ -ésima linha e  $\ell$ -ésima coluna da matriz  $E_{t-1}$ , e  $R_t$  representa o número de restrições do problema de despacho hidrotérmico do período  $t$ .

De acordo com a equação (C-6), então, são nulas as componentes do subgradiente  $\pi_{j,i}^t$  referentes às variáveis que não são de estado, conforme esperado. Assim, somente são apresentadas neste momento as componentes de  $\pi_{j,i}^t$  que podem ter valores não-nulos.

Seja, primeiramente, o vetor  $\pi_{EA,j,i}^t$  a componente de  $\pi_{j,i}^t$  referente às energias armazenadas. Pelo fato de  $ea^{t-1}$  estar presente apenas na restrição de balanço hídrico,  $\pi_{EA,j,i}^t$  vale:

$$\pi_{EA,j,i}^t = -(\lambda_{j,i}^t)_{BH}, \quad (C-7)$$

onde  $(\lambda_{j,i}^t)_{BH}$  representa as coordenadas de  $\lambda_{j,i}^t$  referentes às equações de balanço hídrico.

As componentes  $\pi_{EC,j,i}^t$  e  $\pi_{ED,j,i}^t$ , referentes aos níveis dos reservatórios ETC e ETD, respectivamente, também são diretamente encontradas pela análise do problema (C-2):

$$\begin{aligned} \pi_{EC,j,i}^t &= -(\lambda_{j,i}^t)_{ETC}, \quad e \\ \pi_{ED,j,i}^t &= -(\lambda_{j,i}^t)_{ETD}, \end{aligned} \quad (C-8)$$

onde os índices *ETC* e *ETD* dizem respeito às componentes de  $\lambda_{j,i}^t$  referentes às restrições de balanço dos reservatórios térmicos ETC e ETD, respectivamente.

É importante ressaltar que nos períodos de fim de ano ou fim de contrato ToP,  $\pi_{EC,j,i}^{t+1} = 0$ . Isto ocorre pois nos períodos seguintes o nível inicial do reservatório independe do nível final dos períodos finais anteriores, tendo seu valor dado simplesmente pela análise das características do contrato. Assim, o nível final dos reservatórios ETC não influencia os períodos posteriores.

Pelo fato das afluências passadas poderem estar presentes em mais de 1 restrição, diferentemente do que ocorre com as variáveis  $ea^{t-1}$ ,  $etc^{t-1}$ , e  $etd^{t-1}$ , as componentes de  $\pi_{j,i}^t$  referentes às mesmas são formadas por um somatório de termos de  $\lambda_{j,i}^t$ .

As afluências de *lags*  $m$ , em relação ao período  $t$ , tais que  $1 \leq m \leq \min\{p_t, p_{t+1} - 1\}$  estão presentes tanto nas restrições de balanço hídrico como nos cortes<sup>1</sup>, sendo encontradas em seu termo próprio e compondo  $ea f_{j,i}^t$ , neste caso. Desta forma, para este *lag*  $m$ , tem-se:

<sup>1</sup>Para o último período de planejamento,  $t = T$ , não há função de custo futuro ( $\alpha_{T+1} = 0$ ). Desta forma, neste período, as afluências somente estão presentes nas restrições de balanço hídrico.

$$\pi_{AF-m,j,i}^t = -f_c^t \beta^t \varphi_m^t(\lambda_{j,i}^t)_{BH} - \sum_{k=1}^{\kappa} \left\{ (\pi_{AF-1,k}^{t+1} \varphi_m^t + \pi_{AF-(m+1),k}^{t+1})(\lambda_{j,i}^t)_{COR_k} \right\}. \quad (C-9)$$

Porém, caso  $p_t > p_{t+1} - 1$ , alguns *lags* somente são encontrados ao comporem  $ea f_{j,i}^t$ . Assim, neste caso, para  $p_{t+1} - 1 < m \leq p_t$ :

$$\pi_{AF-m,j,i}^t = -f_c^t \beta^t \varphi_m^t(\lambda_{j,i}^t)_{BH} - \sum_{k=1}^{\kappa} \pi_{AF-1,k}^{t+1} \varphi_m^t(\lambda_{j,i}^t)_{COR_k}. \quad (C-10)$$

Caso  $p_{t+1} - 1 > p_t$ , alguns *lags*  $m$  somente são encontrados nos termos  $\pi_{AF-m,k}^{t+1}$  dos cortes. Porém, estes termos não são usados no cálculo dos cortes para o período  $t - 1$  por serem *lags* maiores que a ordem do modelo PAR do período  $t$ .

Após a solução dos problemas do estágio  $t$  para todas as aberturas da série  $j$ , um corte médio é calculado, considerando-se as aberturas equiprováveis. A partir destes valores, um novo corte é adicionado ao problema de estágio  $t - 1$ , nos moldes do apresentado na equação (4-17):

$$\begin{aligned} \alpha_t \geq & z_k^t + (\pi_{EA,\kappa+1}^t)^\top (ea^{t-1} - ea_j^{t-1}) + \\ & (\pi_{AF-1,\kappa+1}^t)^\top (ea f^{t-1} - ea f_j^{t-1}) + \dots + \\ & (\pi_{AF-p_t,\kappa+1}^t)^\top (ea f^{t-p_t} - ea f_j^{t-p_t}) + \\ & (\pi_{EC,\kappa+1}^t)^\top (etc^{t-1} - etc_j^{t-1}) + \\ & (\pi_{ED,\kappa+1}^t)^\top (etd^{t-1} - etd_j^{t-1}), \end{aligned} \quad (C-11)$$

onde as componentes  $\pi_{\cdot,\kappa+1}^t$  são a média de seus valores para todas as aberturas, conforme o exemplo para  $\pi_{EA,\kappa+1}^t$ :

$$\pi_{EA,\kappa+1}^t = \left(\frac{1}{Q}\right) \sum_{i=1}^Q \pi_{EA,j,i}^t, \quad (C-12)$$

e o valor de  $z_k^t$  é dado pela média dos custos ótimos do problema (C-2) para cada abertura resolvida, ou seja:

$$z_k^t = \left(\frac{1}{Q}\right) \sum_{i=1}^Q (c_t^\top (x_{j,i}^t)^* + \alpha_{t+1,j,i}^*), \quad (C-13)$$

onde o par  $((x_{j,i}^t)^*, \alpha_{t+1,j,i}^*)$  é a solução do problema (C-2) para a série  $j$ , abertura  $i$ .

## C.2.2

### Acoplamento Não-Linear Entre Períodos

Atualmente, o nível inicial do armazenamento é levado em consideração ao se calcular os valores de algumas variáveis nos problemas de despacho hidrotérmico resolvidos pelo modelo NEWAVE. Isto ocorre pois, fisicamente, algumas variáveis são extremamente dependentes deste nível. Por exemplo, a produtividade, ou coeficiente de produção, de uma usina hidrelétrica é função da vazão turbinada e da altura de queda, [1].

Assim, as grandezas envolvidas nos problemas que têm seus valores dados em função do nível inicial de armazenamento da usina/subsistema são:

- energia controlável<sup>2</sup>;
- meta de energia de vazão mínima;
- meta de energia de desvio controlável;
- energia evaporada; e
- geração hidráulica máxima.

Desta forma, o cálculo de  $\pi_{EA,j,i}^t$  não é mais dado diretamente pela equação (C-7), mas deve considerar também a influência das variáveis descritas na lista anterior.

Para a energia controlável, tem-se um fator de correção  $f_c^t$  associado na restrição de balanço hídrico:

$$ea^t = ea_j^{t-1} + f_c^t \cdot (\beta^t ea f_{j,i}^t) - evm^t - edv^t - gh^t - ev^t. \quad (C-14)$$

Este fator é, na verdade, função do nível inicial de armazenamento  $ea_j^{t-1}$  tornando, então, a energia controlável dependente deste mesmo fator. As variáveis dependentes do nível de armazenamento do subsistema têm a elas associadas parábolas, que fornecem seus valores em função do nível de armazenamento. Além do fator  $f_c^t$ , a energia evaporada  $ev^t$  também é dependente de  $ea_j^{t-1}$  na equação de balanço hídrico.

Como para a restrição de balanço hídrico tem-se 2 variáveis dependentes de  $ea^{t-1}$ , que são  $f_c^t$  e  $ev^t$ , a sua forma completa, explicitando-se as parábolas é:

<sup>2</sup>A energia controlável é a parcela da energia afluyente destinada às usinas com reservatório. A energia a fio d'água, por outro lado, é a parcela destinada às usinas a fio d'água.

$$\begin{aligned}
ea^t = ea^{t-1} &+ (a_{FC}^t(ea^{t-1})^2 + b_{FC}^t ea^{t-1} + c_{FC}^t) (\beta^t eaf_{j,i}^t) - \\
&evm^t - edv^t - gh^t - \\
&(a_{EV}^t(ea^{t-1})^2 + b_{EV}^t ea^{t-1} + c_{EV}^t).
\end{aligned} \tag{C-15}$$

Além disto, o valor máximo de geração hidráulica é também ajustado segundo uma parábola de correção. Desta forma, a restrição de geração hidráulica máxima é:

$$gh^t + (1 - \beta^t) eaf_{j,i}^t + evm^t \leq \overline{gh^t} = (a_{GH}^t(ea^{t-1})^2 + b_{GH}^t ea^{t-1} + c_{GH}^t). \tag{C-16}$$

Da mesma maneira, ao se adotar o ajuste para as metas de energias de vazão mínima e de desvio d'água controlável, tem-se:

$$\begin{aligned}
evm^t + \Delta_{evm}^t &= M_{evm}^t = (a_{VM}^t(ea^{t-1})^2 + b_{VM}^t ea^{t-1} + c_{VM}^t), \\
edv^t + \Delta_{edv}^t &= M_{edv}^t = (a_{DV}^t(ea^{t-1})^2 + b_{DV}^t ea^{t-1} + c_{DV}^t),
\end{aligned} \tag{C-17}$$

onde as variáveis  $\Delta_{evm}^t$  e  $\Delta_{edv}^t$  são variáveis de folga do problema, com custos associados a estas na função objetivo, de maneira a se coibir a violação das metas.

Assim, para se calcular o coeficiente de  $ea^{t-1}$ ,  $\pi_{EA,j,i}^t$ , a ser utilizado no cálculo do corte médio passado para o período  $t-1$ , todas estas parcelas devem ser consideradas.

De acordo com o teorema 4.2, um subgradiente válido para a função valor no caso de acoplamentos não-lineares é dado pelo produto  $Je(x^t)^\top \lambda^*(x^t)$ . Desta maneira, o coeficiente  $\pi_{EA,j,i}^t$  no subgradiente para a série  $j$ , abertura  $i$ , ao considerar-se a influência do nível de armazenamento  $ea^{t-1}$  é:

$$\begin{aligned}
\pi_{EA,j,i}^t = &[-1 - (2a_{FC}^t ea^{t-1} + b_{FC}^t) \beta^t eaf_{j,i}^t + \\
&(2a_{EV}^t ea^{t-1} + b_{EV}^t)] (\lambda_{j,i}^t)_{BH} - \\
&(2a_{GH}^t ea^{t-1} + b_{GH}^t) (\lambda_{j,i}^t)_{GH} - \\
&(2a_{DV}^t ea^{t-1} + b_{DV}^t) (\lambda_{j,i}^t)_{MDV} - \\
&(2a_{VM}^t ea^{t-1} + b_{VM}^t) (\lambda_{j,i}^t)_{MVM}.
\end{aligned} \tag{C-18}$$

### Fator de Correção de Energia Armazenada

Nas seções anteriores deste apêndice, não são considerados os fatores de correção de energia armazenada, também presentes na versão atual do modelo NEWAVE. Estes fatores são responsáveis pela atualização da energia armazenada final de um período tendo em vista transformá-la em energia armazenada inicial do período subsequente. A necessidade destes

fatores se deve ao fato da inclusão de reservatórios e/ou máquinas geradoras nas usinas hidrelétricas alterar o montante de energia armazenada disponível para geração, por aumentar a produtividade total do subsistema.

O acoplamento direto utilizado até esta seção considera que a energia armazenada inicial do subsistema tem valor idêntico ao da energia armazenada final do período anterior. Ao se considerar o fator de correção da energia armazenada,  $f_D^t$ , a restrição de balanço hídrico se torna:

$$\begin{aligned}
 ea^t = f_D^t ea^{t-1} &+ (a_{FC}^t (f_D^t ea^{t-1})^2 + b_{FC}^t f_D^t ea^{t-1} + c_{FC}^t) (\beta^t ea f_{j,i}^t) - \\
 &evm^t - edv^t - gh^t - \\
 &(a_{EV}^t (f_D^t ea^{t-1})^2 + b_{EV}^t f_D^t ea^{t-1} + c_{EV}^t).
 \end{aligned}
 \tag{C-19}$$

Assim, a fórmula do coeficiente  $\pi_{EA,j,i}^t$  considerando-se a modelagem completa do acoplamento entre os períodos é:

$$\begin{aligned}
 \pi_{EA,j,i}^t = &[-f_D^t - (2a_{FC}^t (f_D^t)^2 ea^{t-1} + b_{FC}^t f_D^t) \beta^t ea f_{j,i}^t + \\
 &(2a_{EV}^t (f_D^t)^2 ea^{t-1} + b_{EV}^t f_D^t)] (\lambda_{j,i}^t)_{BH} - \\
 &(2a_{GH}^t (f_D^t)^2 ea^{t-1} + b_{GH}^t f_D^t) (\lambda_{j,i}^t)_{GH} - \\
 &(2a_{DV}^t (f_D^t)^2 ea^{t-1} + b_{DV}^t f_D^t) (\lambda_{j,i}^t)_{MDV} - \\
 &(2a_{VM}^t (f_D^t)^2 ea^{t-1} + b_{VM}^t f_D^t) (\lambda_{j,i}^t)_{MVM}.
 \end{aligned}
 \tag{C-20}$$

## D

### Dados de Termelétricas a Gás Natural no Brasil

Este apêndice apresenta relações de centrais termelétricas a GN no Brasil, de acordo com a situação em Setembro/2003. Estas informações são encontradas em [3], a última versão do Atlas de Energia Elétrica do Brasil (2005), de responsabilidade da ANEEL.

A tabela D.1 apresenta a relação das principais centrais termelétricas a GN daquelas em operação em Setembro/2003, as quais perfazem uma capacidade de geração de cerca de 92% do total de 5.581MW instalados na época.

Nome da Usina	Pot.(MW)	Destino	Município	UF
Araucária	484,50	PIE	Araucária	PR
Bariri	445,50	PIE	Bariri	SP
Camaçari	144,00	SP	Dias d'Ávila	BA
Canoas (Fases I e II)	160,57	PIE	Canoas	RS
Copene	250,40	PIE	Camaçari	BA
CTE II	235,20	APE-COM	Volta Redonda	RJ
Eletrobolt	379,00	PIE	Seropédica	RJ
Ibirité	226,00	PIE	Ibirité	MG
Juiz de Fora	82,00	PIE	Juiz de Fora	MG
Macaé Merchant	922,62	PIE	Macaé	RJ
Mod. Campo Grande (Willian Arjona)	194,00	PIE	Campo Grande	MS
Santa Cruz	600,00	SP	Rio de Janeiro	RJ
Termo Norte II	158,20	PIE	Porto Velho	RO
Termo Ceará	220,00	PIE	Caucaia	CE
Uruguaiana	639,90	PIE	Uruguaiana	RS

Tabela D.1: Principais Centrais Termelétricas a Gás Natural em Operação no Brasil em Setembro/2003

A coluna *Destino* apresenta o destino da produção de energia da termelétrica, onde APE-COM significa auto-produção com comercialização de excedente, PIE significa produção independente de energia, destinada

ao comércio de toda ou parte da energia produzida, por conta e risco do produtor, e SP significa serviço público, onde a produção de energia elétrica é destinada ao público em geral.

A tabela D.2, por sua vez, apresenta os principais projetos de centrais termelétricas, bem como a sua situação no mês de setembro de 2003. Na coluna *Situação*, o índice AO significa que a usina está apenas outorgada, enquanto o índice EC representa que a usina está em construção.

Nome da Usina	Pot.(MW)	Município	UF	Situação
Anhanguera	278,29	Limeira	SP	AO
Capuava	271,83	Santo André	SP	AO
Carioba II	1.111,12	Americana	SP	AO
CCBS (Cubatão)*	950,00	Cubatão	SP	AO
Cuiabá II	529,20	Cuiabá	MT	AO
DSG Mogi Mirim (Fases I e II)	890,80	Mogi-Mirim	SP	AO
Eletrobrás (Fases I e II)	500,00	Macaé	RJ	AO
Fortaleza*	346,63	Caucaia	CE	EC
Klotz Corumbá	176,00	Corumbá	MS	AO
Mato Grosso do Sul Power (Fases I e II)	288,15	Campo Grande	MS	AO
Norte Fluminense*	860,20	Macaé	RJ	EC
Nova Piratininga* (Fases I e II)	856,80	São Paulo	SP	EC
Paracambi (Cabiúnas)	511,20	Paracambi	RJ	AO
Paraíba*	137,53	João Pessoa	PB	AO
Paulínia	552,50	Paulínia	SP	AO
Ribeirão Moinho	357,00	Andradina	SP	AO
Riogen Fase I	531,80	Seropédica	RJ	EC
Santa Branca	1.112,48	Santa Branca	SP	AO
Termoalagoas	143,18	Messias	AL	AO
Termobahia Fase I*	255,00	S. F. do Conde	BA	EC
Termopernambuco*	637,50	Ipojuca	PE	EC
TermoRio*	1.162,80	Duque de Caxias	RJ	EC
Termosergipe (Fases I e II)	135,00	Carmópolis	SE	AO
Três Lagoas*	465,80	Três Lagoas	MS	EC
Vale do Açu*	347,40	Alto do Rodrigues	RN	EC
Valparaíso	260,80	Valparaíso	SP	AO

Tabela D.2: Principais Futuras Centrais Termelétricas a GN no Brasil – (Setembro/2003)

Validade do Contrato	11/2007 – 11/2011
Energia Total Contratada (MWmês)	35917,00
Custo (\$/MWmês)	10,50
Limite de Fornecimento (MWmês)	733,00
<i>Take-or-pay</i> Mensal	30%
<i>Take-or-pay</i> Anual	52%

Tabela D.3: Dados do Contrato de Gás da UTE Norte Fluminense

Validade do Contrato	07/2009 – 11/2011
Energia Total Contratada (MWmês)	5336,00
Custo (\$/MWmês)	159,31
Limite de Fornecimento (MWmês)	184,00
<i>Take-or-pay</i> Mensal	30%
<i>Take-or-pay</i> Anual	47%

Tabela D.4: Dados do Contrato de Gás da UTE CCBS Cubatão

Validade do Contrato	01/2009 – 11/2011
Energia Total Contratada (MWmês)	10998,40
Custo (\$/MWmês)	90,92
Limite de Fornecimento (MWmês)	314,24
<i>Take-or-pay</i> Mensal	30%
<i>Take-or-pay</i> Anual	70%

Tabela D.5: Dados do Contrato de Gás da UTE Fortaleza

É importante ressaltar que, atualmente, algumas das usinas da tabela D.2 já se encontram em estado operacional, sendo despachadas, inclusive, pelo ONS no seu processo de programação mensal da operação do sistema interligado. Estas usinas estão marcadas com o símbolo \* ao lado de seu nome, na tabela D.2.

Nas tabelas D.3, D.4, D.5, e D.6, são apresentados dados de contratos de fornecimento de GN para as usinas termelétricas utilizadas na construção dos casos estocásticos de teste cujos resultados são apresentados na seção 7.3.

Vale ressaltar que os dados não representam os verdadeiros contratos de fornecimento firmados entre geradores de energia elétrica e produtores de GN. Os dados utilizados na definição destes contratos têm a finalidade única de reproduzir a disponibilidade energética e custos mínimos encontrados nos casos-teste sem a modelagem, de modo a se viabilizar a comparação dos resultados.

Validade do Contrato	07/2009 – 11/2011
Energia Total Contratada (MWmês)	13309,47
Custo (\$/MWmês)	70,16
Limite de Fornecimento (MWmês)	458,95
<i>Take-or-pay</i> Mensal	30%
<i>Take-or-pay</i> Anual	76%

Tabela D.6: Dados do Contrato de Gás da UTE Termopernambuco